

# Оглавление

Предисловие .....	8
Введение .....	14
Основные термины и их определения .....	19
<b>Глава 1. Элементы математической статистики ...</b>	<b>35</b>
1.1. Выборка и ее характеристики .....	35
1.1.1. Эмпирическая функция распределения .....	35
1.1.2. Эмпирические (выборочные) моменты .....	38
1.2. Теория точечных оценок .....	40
1.2.1. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией .....	40
1.2.2. Информационное количество Фишера .....	43
1.2.3. Неравенство Рао — Крамера .....	45
1.2.4. Эффективные оценки .....	45
1.2.5. Достаточные статистики .....	48
1.3. Методы нахождения оценок .....	51
1.3.1. Оценки максимального правдоподобия .....	51
1.3.2. Состоятельность оценки максимального правдоподобия .....	54
1.3.3. Метод моментов .....	55
1.4. Критерии согласия .....	56
1.4.1. Критерий Колмогорова — Смирнова и Мизеса ...	56
1.4.2. Критерий принадлежности двух выборок к одному и тому же распределению .....	59
1.4.3. Критерий $\chi^2$ , применяемый в случае, когда по выборке оцениваются некоторые параметры ...	60
1.4.4. Применение критерия $\chi^2$ .....	63
1.4.5. Проверка гипотезы однородности .....	65
1.5. Интервальные оценки .....	68

1.5.1.	Доверительные интервалы. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения .....	68
1.5.2.	Построение доверительных интервалов для разности средних $\mu$ и отношения дисперсий двух нормальных распределений .....	73
1.6.	Законы распределения случайных величин .....	79
1.6.1.	Биномиальный закон распределения .....	79
1.6.2.	Полиномиальный закон распределения .....	82
1.6.3.	Закон распределения редких событий (Пуассона) .....	83
1.6.4.	Равновероятное распределение .....	85
1.6.5.	Законы распределения существенно положительных величин .....	92
1.6.6.	Различные законы распределения .....	102
1.7.	Проверка статистических гипотез .....	108
1.7.1.	Методы сравнения двух выборок .....	109
1.7.2.	Сравнение и оценка средних .....	113
1.7.3.	Сравнение дисперсий .....	114
1.8.	Сопоставление эмпирической совокупности с теоретическим распределением и обработка опытных данных ...	114
1.8.1.	Несмещенные оценки параметров распределения .....	114
1.8.2.	Выравнивание кривых распределения .....	118
1.8.3.	Использование критериев согласия .....	126
1.8.4.	Выравнивание по кривым распределения и оценка согласия посредством вероятностной шкалы .....	131
1.8.5.	Вероятностная метрическая шкала для различных законов распределения .....	132
1.8.6.	Обработка опытных данных посредством моментов распределения .....	134
1.8.7.	Корреляция случайных величин при статистической обработке .....	140
1.8.8.	Оценка значимости статистических характеристик корреляции .....	149
<b>Глава 2. Наблюдение и эксперимент как основы математического моделирования .....</b>		<b>158</b>
2.1.	Обработка результатов измерений .....	158
2.1.1.	Прямые равноточные измерения .....	158
2.1.2.	Критерии оценки грубых погрешностей .....	162
2.1.3.	Ранговая корреляция при обработке результатов эксперимента .....	166

2.2.	Принципы моделирования и особенности изучения систем на эмпирическом уровне .....	171
2.2.1.	Ошибки оценивания .....	175
2.2.2.	Проверка гипотезы адекватности модели .....	178
2.3.	Элементы матричной алгебры в регрессивном анализе ...	181
2.3.1.	Метод наименьших квадратов для одного фактора .....	181
2.3.2.	Обобщение метода наименьших квадратов на многофакторный линейный случай .....	185
2.3.3.	Статистический анализ .....	189
2.3.4.	Взвешенный метод наименьших квадратов и статистический анализ .....	194
2.3.5.	Обработка результатов дублированных опытов...	198
2.4.	Использование регрессионных моделей при анализе результатов «разрозненного» эксперимента .....	215

### **Глава 3. Основы планирования эксперимента .... 225**

3.1.	Основные понятия планирования эксперимента .....	225
3.2.	Полные факторные эксперименты типа $2^n$ .....	236
3.3.	Многомерные ПФЭ типа $2^k$ .....	242
3.4.	Ортогональное планирование эксперимента .....	244
3.5.	Дробный факторный эксперимент .....	251
3.6.	Обобщающие определяющие контрасты .....	260
3.7.	Линейные планы .....	270
3.7.1.	Насыщенные планы первого порядка .....	270
3.7.2.	Применимость планов ПФЭ и пути повышения точности полиномов .....	272
3.7.3.	Факторные эксперименты с повторными наблюдениями .....	276
3.8.	Критерии оптимальности планов .....	281
3.8.1.	Типы планов эксперимента .....	281
3.8.2.	Геометрическая интерпретация в пространстве параметров для критериев оптимальности планов .....	287
3.9.	<i>D</i> -оптимальные планы .....	290
3.9.1.	Критерий <i>D</i> -оптимальности .....	290
3.9.2.	Точные и непрерывные <i>D</i> -оптимальные планы .....	291
3.9.3.	Непрерывные <i>D</i> -оптимальные планы для квадратичной регрессии на гиперкубе .....	293
3.10.	Постановка задачи оптимизации .....	298
3.11.	Стратегия поиска .....	307
3.12.	Градиентный метод .....	308
3.13.	Поиск экстремума функции отклика. Оценивание градиента .....	310

<b>Глава 4. Центральные композиционные планы ...</b>	<b>315</b>
4.1. Планы второго порядка .....	315
4.2. Ортогональный центральный композиционный план (ЦКП) .....	316
4.3. Планы Бокса .....	320
4.4. Планы Хартли .....	322
4.5. Ортогональные ЦКП второго порядка .....	324
4.6. Произвольный симметричный ЦКП .....	330
4.7. Многомерные ОЦКП второго порядка .....	336
4.8. Ротатабельные ЦКП второго порядка .....	341
4.8.1. Основные понятия ротатабельности ЦКП .....	342
4.8.2. Планы второго порядка с единичной областью планирования .....	347
4.8.3. Ротатабельный план на основе правильного многоугольника при $n = 2$ .....	348
4.9. Многомерные модели ротатабельных ЦКП .....	352
4.10. О моментах ротатабельного плана .....	363
4.11. Методы построения ротатабельных планов второго порядка в трех и более измерениях .....	372
4.12. Проверка адекватности модели .....	378
4.12.1. Проверка гипотезы адекватности модели при наличии повторных испытаний в центре плана ...	379
4.12.2. Проверка гипотезы адекватности модели при наличии повторных испытаний в точках плана ...	381
 <b>Глава 5. Элементы регрессионного анализа и оптимальное планирование .....</b>	 <b>390</b>
5.1. Линейная регрессия .....	391
5.2. Проверка гипотез при использовании линейной регрессии .....	394
5.3. Интервальные оценки при линейной регрессии .....	398
5.4. Многофакторная линейная регрессия .....	402
5.5. Проверка гипотез при использовании множественной линейной регрессии .....	408
5.6. О других моделях линейной регрессии .....	413
5.7. Исследование уравнения регрессии. Анализ остатков ...	415
5.8. Многофакторный дисперсионный анализ .....	419
5.8.1. Группировка данных при однофакторном дисперсионном анализе .....	421
5.8.2. Получение оценок дисперсий и выводов о степени влияния фактора .....	425
5.9. Об исследовании поверхности отклика .....	430

5.10. Канонические модели второго порядка и их анализ ....	433
5.11. Планы для подбора модели второго порядка .....	443
5.12. Планы для изучения поверхности отклика .....	446
5.12.1. Алгоритм поиска оптимума с помощью симплекс-планирования .....	447
5.12.2. Способы задания симплекса .....	450
<b>Методический комплекс .....</b>	<b>467</b>
<b>Учебная программа .....</b>	<b>481</b>
<b>Приложение 1 .....</b>	<b>483</b>
<b>Приложение 2 .....</b>	<b>484</b>
<b>Приложение 3 .....</b>	<b>485</b>
<b>Приложение 4 .....</b>	<b>486</b>
<b>Приложение 5 .....</b>	<b>487</b>
<b>Приложение 6 .....</b>	<b>488</b>
<b>Приложение 7 .....</b>	<b>489</b>
<b>Приложение 8 .....</b>	<b>489</b>
<b>Приложение 9 .....</b>	<b>490</b>
<b>Приложение 10 .....</b>	<b>491</b>
<b>Литература .....</b>	<b>492</b>