

(076.2)  
УДК 51.62(075.8)  
ББК 22.1:30я73  
М34

Авторы:

*Н. С. Березкина, С. А. Минюк, Е. А. Наумович, Е. А. Ровба*

Рецензенты:

кафедра теории функций Белорусского государственного университета  
(зав. кафедрой – доктор физико-математических наук, профессор *В. Г. Кротов*);

профессор кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений  
УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»,  
доктор физико-математических наук, профессор *А. П. Старовойтов*

**Математика для инженеров: примеры и задачи : учебное по-**  
М34 **сobie. В 4 ч. Ч. 4 / Н. С. Березкина [и др.]; под ред. Е. А. Ровбы. –**  
**Минск : РИВШ, 2020. – 360 с.**  
**ISBN 978-985-586-314-5.**

В учебном пособии в примерах и задачах с необходимым теоретическим материалом изложены числовые и функциональные ряды, дифференциальные уравнения первого и высших порядков, системы дифференциальных уравнений. Содержится большое количество задач прикладного характера. Приведены задания для самостоятельной работы, снабженные ответами.

Адресуется студентам высших учебных заведений, обучающимся по инженерным специальностям. Может быть использовано студентами всех естественно-научных специальностей.

УДК 51:62(075.8)  
ББК 22.1:30я73

ISBN 978-985-586-314-5 (Ч. 4)  
ISBN 978-985-586-216-2

© Оформление. ГУО «Республиканский институт высшей школы», 2020



# ОГЛАВЛЕНИЕ

---

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	3
<b>ГЛАВА 1. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ</b> .....	4
<b>§ 1. Числовой ряд и его сумма</b> .....	4
1. Понятие числового ряда.....	4
2. Необходимое условие сходимости числового ряда.....	9
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	10
<b>§ 2. Знакопостоянные числовые ряды</b> .....	11
1. Признаки сравнения рядов.....	12
2. Признаки Даламбера и Коши .....	16
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	20
<b>§ 3. Знакопеременные ряды</b> .....	22
1. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.....	24
2. Свойства абсолютно сходящихся рядов .....	28
3. Признаки Абеля и Дирихле сходимости рядов.....	32
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	36
<b>Ответы к главе 1</b> .....	38

<b>ГЛАВА 2. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ.....</b>	<b>40</b>
<b>§ 1. Функциональные ряды и множества их сходимости.....</b>	<b>40</b>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>50</i>
<b>§ 2. Равномерная сходимость функциональных рядов .....</b>	<b>51</b>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>57</i>
<b>§ 3. Интегрирование и дифференцирование функциональных рядов.....</b>	<b>58</b>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>62</i>
<b>§ 4. Степенные ряды.....</b>	<b>62</b>
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>71</i>
<b>§ 5. Ряд Тейлора и Маклорена.....</b>	<b>72</b>
1. Основные определения и свойства.....	72
2. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.....	75
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>78</i>
<b>§ 6. Некоторые применения степенных рядов .....</b>	<b>79</b>
1. Приближенное вычисление значений функции .....	79
2. Приближенное вычисление определенных интегралов .....	82
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>87</i>
<b>§ 7. Тригонометрический ряд Фурье.....</b>	<b>87</b>
1. Основные определения и утверждения.....	87
2. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.....	93
3. Ряд Фурье для функций с периодом $2l$ .....	99
4. Ряд Фурье в комплексной форме.....	105
<i>Задания для самостоятельной работы.....</i>	<i>108</i>

<b>§ 8. Интеграл Фурье</b> .....	110
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	117
<b>Ответы к главе 2</b> .....	120
<b>ГЛАВА 3. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО ПОРЯДКА</b> .....	126
<b>§ 1. Дифференциальное уравнение первого порядка. Поля направлений и интегральные кривые</b> .....	126
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	138
<b>§ 2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными</b> .....	139
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	145
<b>§ 3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка</b> .....	146
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	153
<b>§ 4. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли</b> .....	155
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	164
<b>§ 5. Уравнения в полных дифференциалах</b> .....	166
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	170
<b>Ответы к главе 3</b> .....	171
<b>ГЛАВА 4. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ. СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ</b> .....	175
<b>§ 1. Уравнения высших порядков</b> .....	175
1. Общие понятия .....	175

2. Уравнения, допускающие понижение порядка .....	177
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	194
<b>§ 2. Линейные дифференциальные уравнения</b>	
<b>высших порядков</b> .....	196
1. Основные определения .....	196
2. Структура общего решения линейного однородного уравнения .....	198
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	205
<b>§ 3. Линейные однородные дифференциальные уравнения</b>	
<b><math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами</b> .....	207
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	213
<b>§ 4. Линейные неоднородные уравнения <math>n</math>-го порядка</b> .....	215
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	230
<b>§ 5. Линейная краевая задача</b> .....	232
1. Постановка краевых задач .....	232
2. Собственные значения и собственные функции краевых задач .....	236
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	239
<b>§ 6. Интегрирование дифференциальных уравнений</b>	
<b>с помощью рядов</b> .....	240
1. Метод степенных рядов .....	240
2. Интегрирование дифференциальных уравнений	
с помощью рядов .....	244
3. Разложение решения в обобщенный степенной ряд.	
Уравнение Бесселя .....	252
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	257
<b>§ 7. Системы линейных дифференциальных уравнений</b> .....	258
1. Основные понятия и определения .....	258
2. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами .....	266

3. Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами .....	275
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	281
<b>§ 8. Устойчивость по Ляпунову</b> .....	285
1. Определение устойчивости.....	285
2. Устойчивость нулевого решения линейных систем с постоянными коэффициентами.....	287
3. Устойчивость по первому приближению .....	290
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	294
<b>§ 9. Фазовая плоскость</b> .....	295
1. Классификация точек покоя .....	295
2. Исследование систем дифференциальных уравнений как математических моделей .....	301
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	309
<b>§ 10. Дифференциальные уравнения как математические модели</b> .....	311
<i>Задания для самостоятельной работы</i> .....	333
<b>Ответы к главе 4</b> .....	337
<b>СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ</b> .....	350

