

(076.2)

УДК 51.62(075.8)

ББК 22.1:30я73

Б48

Рецензенты:

кафедра математических методов теории управления
Белорусского государственного университета
(зав. кафедрой – доктор физико-математических наук,
профессор *В. Г. Кротов*);

зав. кафедрой дифференциальных уравнений и теории функций
УО «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»,
доктор физико-математических наук, профессор *А. П. Старовойтов*

Березкина, Н. С.

Б48 Математика для инженеров: примеры и задачи : учебное пособие. В 4 ч. Ч. 3 / Н. С. Березкина, Е. А. Ровба; под ред. Е. А. Ровбы. – Минск : РИВШ, 2019. – 372 с.
ISBN 978-985-586-231-5.

В учебном пособии в примерах и задачах с необходимым теоретическим материалом изложены разделы математики: неопределенный интеграл, определенный интеграл, функции нескольких переменных, дифференцирование функций нескольких переменных. Содержится большое количество задач прикладного характера. Приведены задания для самостоятельной работы, снабженные ответами.

Адресуется студентам высших учебных заведений, обучающимся по инженерным специальностям. Может быть использовано студентами всех естественно-научных специальностей.

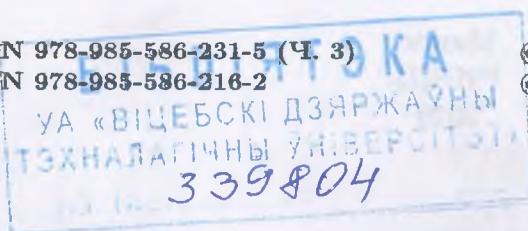
УДК 51:62(075.8)

ББК 22.1:30я73

ISBN 978-985-586-231-5 (Ч. 3)

ISBN 978-985-586-216-2

© Березкина Н. С., Ровба Е. А., 2019
© Оформление. ГУО «Республиканский институт высшей школы», 2019



О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие	3
Глава 5. Интегральное исчисление функций одной переменной	5
§ 1. Неопределенный интеграл	5
1. Первообразная функция. Свойства неопределенного интеграла. Таблица	5
2. Метод замены переменной интегрирования	9
3. Интегрирование по частям	14
4. Интегрирование рациональных функций	21
5. Интегралы от тригонометрических функций	30
6. Интегрирование некоторых иррациональных функций	41
7. Интегрирование разных функций	55
8. Приложения неопределенного интеграла	61
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	67
§ 2. Определенный интеграл	79
1. Определенный интеграл как предел интегральных сумм, его свойства и связь с неопределенным интегралом	79
2. Методы вычисления определенного интеграла	93
3. Геометрические приложения определенного интеграла	99
4. Физические приложения определенного интеграла ..	118
5. Некоторые приложения определенного интеграла в экономике	134
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	137
§ 3. Несобственные интегралы	151
1. Несобственный интеграл с бесконечными пределами интегрирования (первого рода)	151
2. Несобственные интегралы от неограниченных функций (второго рода)	162

3. Приложение несобственных интегралов	169
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	173
§ 4. Интегралы, зависящие от параметра	178
1. Собственные интегралы, зависящие от параметра ...	178
2. Несобственные интегралы, зависящие от параметра .	186
3. Гамма-функция, бета-функция и их применение	192
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	200
Ответы к главе 5	204
Глава 6. Функции нескольких переменных	224
§ 1. Предел и непрерывность функций нескольких переменных	224
1. Основные понятия	224
2. Предел и непрерывность	228
3. Линии и поверхности уровня	237
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	239
§ 2. Дифференцирование функций нескольких переменных	243
1. Частные производные и полный дифференциал функции нескольких переменных	243
2. Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала	254
3. Дифференцирование неявных функций	259
4. Частные производные и дифференциалы высших порядков	261
5. Формула Тейлора для функции двух переменных ...	269
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	274
§ 3. Экстремумы функций нескольких переменных	282
1. Локальный экстремум	282
2. Условный экстремум	288
3. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области (глобальные или абсолютные экстремумы)	298
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	305
§ 4. Геометрические приложения частных производных	308
1. Производная по направлению	308

2. Градиент	311
3. Касательная плоскость и нормаль к поверхности	315
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	321
§ 5. Приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных в различных областях естествознания	324
1. Получение функции на основании экспериментальных данных по методу наименьших квадратов.....	324
2. Применение в физике	331
3. Применение в задачах экономики	338
4. Применение в моделировании различных процессов, протекающих в окружающей среде	343
<i>Задания для самостоятельной работы</i>	348
Ответы к главе 6	353
Список литературы	366

БІБЛІЯТЭКА

УА «ВІЦЕБСКІ ДЗЯРЖАУНЫ
ТЭХНАЛАГІЧНЫ УНІВЕРСІТЭТ»

КЗ. №

339804