

$K, L \in N$ ;  $f(x) < 0$ ,  $g(x) \leq 0$  на  $(0; x_k)$ ,  $g(x) > 0$  на  $(-\infty; 0)$ ;  $g(x) < 0$  на  $(x_i; \infty)$ ;  $g(x_i) = 0$  при  $i = \overline{0, l}$ ;  $f(0) = f(x_k) = f(x_i)$ ;  $\exists x_\beta \in (-\infty; 0)$  и  $\exists x_\alpha \in (x_i; \infty)$  такие, что  $f(x) > 0$  на  $(x_\beta; 0)$ ;  $f(x) < 0$  на  $(x_i; x_\alpha)$ . Обозначим  $m_1 = \min_i \left\{ \frac{1}{4} \sqrt{f^4(x_i) + G(x_i)} \right\}$ ;  $m_2 = \min \{G(x_\alpha); G(x_\beta)\}$   $F(x; d)$

$$F(x; d) = \int_d^x \frac{g(s) ds}{y^3(d) + f(s)} ds; \quad G(x) = \int_0^x -g(s) ds$$

Теорема: если выполнены условия А,  $m_1 < m_2$ ,  $\exists c > 0, \exists m \in R$  такие, что  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [-\sqrt{f(x) + cG(x)}] < m$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [\sqrt{f(x) + F(x; 0)}] = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{f(x) + F(x; x_i)}] = +\infty$

при достаточно больших  $y(0) > 0$  и достаточно больших по абсолютной величине  $y(x_i) < 0$ , то система (1) имеет по крайней мере один неустойчивый предельный цикл, окружающий все конечные особые точки системы.

Построена система  $\dot{x} = y^3 + x^3(x-6)(x-5)^3(x-4)^3(x+3)^3$ ;  $\dot{y} = -x^3 + 9x^2 - 20x$  для которой выполняются все условия теоремы при  $x_\beta = -3$ ;  $x_\alpha = 6$ .

#### Литература

1. Железнов Е. И. Некоторые достаточные условия существования предельных циклов. Известия высших учебных заведений. Математика. 1958, №1, с. 56-59.

УДК 539.1

Студ. Абрамович И.С.,  
доц. Дунина Е.Б.

## ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕДКОЗЕМЕЛЬНОГО ИОНА С ЛИГАНДАМИ

В качестве активных сред для твердотельных лазеров используют кристаллы, активированные элементами с достраивающейся  $f$ - или  $d$ - оболочками. В электронных устройствах и в медицине широко применяются твердотельные лазеры с редкоземельными элементами в качестве активаторов. В связи с активным поиском лазеров, оптимальных для практического применения, проводятся детальные исследования спектроскопических свойств лазерных материалов. При этом было обнаружено, что штарковское расщепление некоторых мультиплетов иона  $\text{Pr}^{3+}$  аномально большое либо аномально маленькое. Чаще всего - это мультиплеты  $^3F_4, ^1D_2, ^1G_4$ .

Для объяснения этого эффекта в данной работе исследовано пространственное распределение электронной плотности в синглетных мультиплетах. Плотность вероятности углового распределения электронов задается квадратом модуля сферической функции Лежандра. В связи с этим были построены графики для  $p$ - и  $d$ - состояний свободного иона и иона в кристалле. Для свободного иона распределение обладает аксиальной симметрией. В кристаллах распределение электронной плотности обладает более низкой симметрией. Из построенных графиков видно, что особенности пространственного распределения электронной плотности в некоторых состояниях может приводить к аномально сильному или резонансному взаимодействию с окружением, что, естественно, будет находить отражение на структуре штарковского расщепления мультиплетов.

Кроме того, полученные результаты можно применить для объяснения коэффициентов ветвления люминесценции в биаксиальных кристаллах, для которых стандартная теория интенсивностей дает плохие результаты.