

где  $G$  - насыпная плотность материала;  $g$  - ускорение свободного падения;  $H$  - высота канала.

Физический смысл этого условия следующий: за последней пластиной, в месте расположения бункера, давление должно создаваться только весом материала (иначе его захват из бункера будет затруднен).

Полученная математическая модель процесса ротационного прессования порошковых материалов позволяет оптимизировать этот процесс и выработать рекомендации по конструированию различных прессующих устройств.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пятов В.В., Алексеев И.С., Ахтанин О.Н. Оптимизация геометрических параметров канала с подвижными и неподвижными стенками при формировании порошковых материалов// *Tendencje rozwijajce w technologii maszyn. Zielona Góra, 1990.*
2. Колмогоров В.Л. Механика обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1986.
3. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. М., 1957.

УДК 621.762

А.В.Степаненко, академик, В.В.Пятов, канд. техн. наук, И.С.Алексеев, канд. техн. наук, А.Л.Коваленко

### АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА В ЗОНЕ ФОРМОВАНИЯ

Целью настоящей работы является получение зависимости распределения напряжений в формующем инструменте при формировании трубчатых изделий из порошковых материалов или при нанесении покрытия на стержень.

На рисунке изображена схема зоны формования. Материал выдавливается через зазор между внутренней поверхностью матрицы 1 и наружной поверхностью оправки 2. Матрица имеет коническую часть длиной  $Z_1$  и цилиндрическую часть длиной  $Z_2 - Z_1$ . Радиусы входного и выходного сечений матрицы  $Z_2$  и  $Z_1$  соответственно. Оправка представляет собой цилиндрический стержень

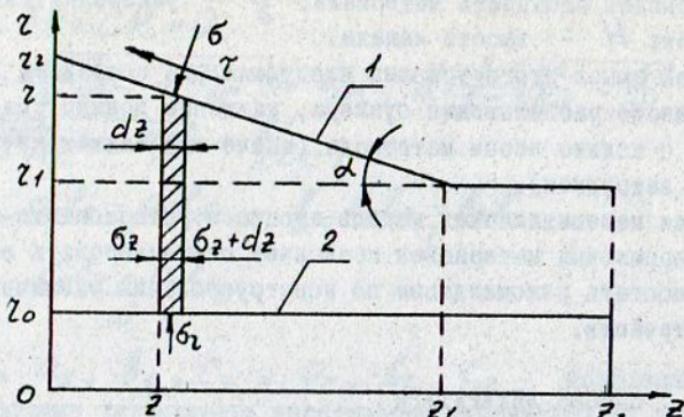


Схема формирования зоны

радиусом  $z_0$  и длиной много больше длины матрицы  $z_2$ . Образующая конической части матрицы имеет угол наклона  $\alpha$ . Оправка не закреплена и перемещается в процессе экструзии вместе с материалом.

Предполагается, что плотность материала в зоне формования постоянна. Его уплотнение происходит в канале шнека и во входном сечении матрицы, которое является наиболее напряженной областью. По мере удаления от входного сечения напряжения в материале уменьшаются и его дальнейшего уплотнения не наблюдается.

На материал действует усилие выдавливания, вызывающее напряжения  $\sigma_2$ , которые предполагаются распределенными в поперечных сечениях однородно (не зависят от радиуса поперечного сечения конической части матрицы  $z$ ). Со стороны матрицы действуют нормальные  $\sigma$  и касательные  $\tau$  напряжения, вызываемые силой трения материала о матрицу. Оправка создает нормальные напряжения  $\sigma_1$  в радиальном направлении. Касательные напряжения на оправке считаются пренебрежимо малыми, так как она движется вместе с материалом.

Закон трения (о связи касательных напряжений с нормальными на поверхности матрицы) выбран в виде [1]

$$f = \alpha \rho + b,$$

(1)

где  $f$  - коэффициент трения материала о матрицу;  $\rho$  - плотность материала в зоне формования, равная плотности прессовки;  $a$  и  $b$  - постоянные коэффициенты, не зависящие от напряжений и плотности материала.

Условие пластичности взято в форме

$$G_{zz} - G_{zz}^* - G_s, \quad (2)$$

где  $G_{zz}$  и  $G_{zz}^*$  - наибольшее и наименьшее главные нормальные напряжения соответственно;  $G_s$  - сопротивление деформации материала (физический предел текучести при сжатии). Предполагается, что направления главных нормальных напряжений совпадают с координатными направлениями.

В конической и цилиндрической частях матрицы  $G_{zz} = G_z$  и  $G_{zz}^* = G_z$ . Поэтому при  $0 < z < z_1$ ,  $z_1 < z < z_2$  условие пластичности записывается следующим образом:

$$G_z - G_z^* = G_s. \quad (3)$$

Уравнение равновесия сил, действующих на кольцевой элемент толщиной  $dz$ , имеет вид:

$$\begin{aligned} & \pi(z^2 - z_0^2)G_z - \pi[(z - tg\alpha dz)^2 - z_0^2](G_z + dG_z) - \\ & - 2\pi(z - \frac{1}{2}tg\alpha dz)\tilde{t}g\alpha dz - 2\pi(z - \frac{1}{2}tg\alpha dz)\tilde{c}dz = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

или после удаления бесконечно малых высших порядков

$$-(z^2 - z_0^2) \frac{dG_z}{dz} + 2z\tilde{t}g\alpha G_z - 2z(G\tilde{t}g\alpha + \tilde{c}) = 0. \quad (5)$$

Сделав подстановку (1) в выражение (5), получим

$$-\frac{z^2 - z_0^2}{2z} \frac{dG_z}{dz} + \tilde{t}g\alpha G_z - (\tilde{t}g\alpha + f)G = 0. \quad (6)$$

Так как

$$G_z = \frac{G \cos \alpha - \tilde{c} \sin \alpha}{\cos \alpha} = G(1 - f \tilde{t}g\alpha), \quad (7)$$

то с учетом пластичности (3) уравнение (6) записывается:

$$-\frac{z^2 - z_0^2}{2z} \frac{dG_2}{dz} + (k - tg\alpha)G_2 - kG_3 = 0, \quad (8)$$

где

$$k = \frac{f + f}{f - tg\alpha}.$$

Принимая во внимание, что  $\tau = z_2 - tg\alpha z$ , после преобразований получаем

$$-\frac{dG_2}{(k - tg\alpha)G_2 + kG_3} = 2 \frac{k - tg\alpha z}{(z_2 - tg\alpha z)^2 - z_0^2} dz. \quad (10)$$

После интегрирования (10) имеем

$$-ln|/(k - tg\alpha)G_2 + kG_3| = \frac{tg\alpha - k}{tg\alpha} ln|(z_2 - tg\alpha z)^2 - z_0^2| + A, \quad (11)$$

где  $A$  - произвольная постоянная, определяемая граничным условием

$$G_2(z_1) = G_1. \quad (12)$$

Потенцируя (12) и избавляясь от знаков абсолютной величины (под ними стоят неотрицательные выражения), имеем

$$(k - tg\alpha)G_2 + kG_3 = e^{[(z_2 - tg\alpha z)^2 - z_0^2]^n},$$

$$\text{где } n = \frac{k - tg\alpha}{tg\alpha} = \frac{1}{tg\alpha} \left( \frac{f + tg\alpha}{1 - tg\alpha} - tg\alpha \right) = \frac{1}{tg\alpha} \frac{f(1 + tg^2\alpha)}{1 - tg^2\alpha}. \quad (13)$$

Подставляя в (13) граничное условие (12), находим произвольную постоянную

$$e^{[(k - tg\alpha)G_1 + kG_3][(z_2 - z_1 tg\alpha)^2 - z_0^2]^{-n}}. \quad (14)$$

Выражая (14) через (13), получаем

$$G_2 = (G_1 + mG_3) \left( \frac{F}{F_1} \right)^n - mG_3, \quad (15)$$

где  $G_1$  - осевое напряжение в выходном сечении конической части матрицы;

$$m = \frac{k}{k - tg\alpha} = \frac{tg\alpha + f}{tg\alpha + f - tg\alpha(1 - F/F_1)} = \frac{f + tg\alpha}{f(1 + tg^2\alpha)}, \quad (16)$$

$F$  и  $F_1$  - площади текущего и выходного сечений конической части матрицы соответственно.

Таким образом, найдено распределение напряжений вдоль конической части матрицы.

Для установления распределения напряжений вдоль цилиндрической части матрицы в (6) подставим  $\alpha = 0$  и  $z = z_1$ :

$$-\frac{r_1^2 - r_0^2}{2r_1} \frac{dG_2}{dz} - fG = 0.$$

Подставляя в (18)  $G = G_2$ , с учетом (3) получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dG_2}{G_2 + G_3} = -\frac{2fr_1}{r_1^2 - r_0^2} dz, \quad (19)$$

решением которого будет

$$G_2 = Be^{\frac{2fr_1}{r_1^2 - r_0^2} z} - G_3. \quad (20)$$

Из граничного условия

$$G_2(z_2) = 0 \quad (21)$$

находим произвольную постоянную

$$B = G_3 e^{\frac{2fr_1}{r_1^2 - r_0^2} z_2}. \quad (22)$$

Таким образом, распределение напряжений вдоль цилиндрической части матрицы имеет вид

$$G_2 = G_3 [e^{P(z_2 - z)} - 1], \quad (23)$$

где  $P = \frac{2fr_1}{r_1^2 - r_0^2}$ . (24)

Напряжение на выходе конической части записывается:

$$G_1 = G_3 [e^{P(z_2 - z_c)} - 1]. \quad (25)$$

Отдельно рассмотрим случай, когда внешнее трение отсутствует ( $\eta = 0, m = \infty$ ).

При  $f \rightarrow 0$  имеем

$$\lim_{f \rightarrow 0} G_2 = G_3 \lim_{f \rightarrow 0} \frac{f + tg\alpha}{f + tg\alpha} \left[ \left( \frac{F}{F_1} \right) \frac{f(1 + tg^2 \alpha)}{tg\alpha(1 - f tg\alpha)} - 1 \right] \ln \frac{F}{F_1} \quad (26)$$

т.е. напряжение прессования в этом случае зависит только от прочности материала и от степени обжатия.

Полученные зависимости распределения напряжений конической и цилиндрической части матрицы позволяют рассчитывать усилия, возникающие в процессе формования труб или при нанесении покрытий на стержень, а также определять оптимальные геометрические параметры формообразующего инструмента.

- 126 -  
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров В.Л.. Механика обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1986.

УДК 621.762

С.С.Клименков, канд. техн. наук, В.В.Селивончик

МИНИМИЗАЦИЯ МОЩНОСТИ ШНЕКОВОГО ПРЕССОВАНИЯ

Минимизацию энергетических затрат шнекового прессования выполним применительно к винтовому каналу постоянного по длине профиля. Задача в конечном итоге сводится к расчету оптимального профиля продольного сечения канала шнека плоскостью  $\Sigma_\theta$ . Искомую поверхность канала  $\Sigma_1$  зададим уравнением  $z = z_1(\theta, z) = f(z - \theta)$ , активная поверхность  $\Sigma_2$  сопрягаемой со шнеком гильзы описывается уравнением  $z = z_2$ . Линии пересечения поверхностей  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  будут описываться уравнениями

$$z = z_1(\theta) = \theta\theta, \quad z = z_2;$$

$$z = z_2(\theta) = \theta\theta + b, \quad z = z_2,$$

где  $b$  — длина линии пересечения поверхности  $\Sigma_2$  с плоскостью  $\Sigma_\theta$ .

Будем исходить из следующих кинематических соотношений:

$$u_1 = 0; \quad u_2 = z u(\theta); \quad u_3 = \theta u(\theta).$$

Аналогично работе [1] мощность, необходимая для преодоления контактного трения порошка о поверхность канала, определяется выражением

$$N_{x_1} = - \iint_{\Sigma_1} (T_G \bar{e}_2) \bar{n} u \tau ds.$$

На поверхности  $\Sigma_1$ ,

$$\bar{n} = \frac{f}{\sqrt{1+f^2}} (-1, -af', f), \quad ds = \sqrt{1+f'^2} dz d\theta,$$

где  $f'$  — производная функции  $f$ .

После преобразований получим