

УДК 677.024.1  
DOI 10.47367/0021-3497\_2021\_6\_231

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ 3D-МОДЕЛИ ТКАНЫХ АРМИРУЮЩИХ  
МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ КОМПОЗИТОВ**

**COMPUTER 3D MODELS OF WOVEN REINFORCING  
MATERIALS FOR COMPOSITES**

*А.Н. БИЗЮК, Н.Н. ЯСИНСКАЯ*

*A.N. BIZYUK, N.N. YASINSKAYA*

**(Витебский государственный технологический университет, Беларусь)**

**(Vitebsk State University of Technology, Belarus)**

E-mail: biziuk.andrei@gmail.com; yasinskaynn@rambler.ru

*При изготовлении волокнистых полимерных композитов, в частности, реализации процесса пропитки текстильной армирующей основы связующим, одним из важнейших свойств является способность пропитываться вязкой жидкостью. Эта способность обусловлена капиллярно-пористой структурой волокнистого материала. Поэтому создание компьютерных 3D-моделей армирующих структур является актуальной задачей.*

*Предложен новый подход к описанию структуры тканых армирующих материалов, сводящийся к моделированию траекторий волокон и нитей в произвольном ткацком переплетении с использованием прямоугольных функций и уравнений винтовой линии на основе имитационного моделирования взаимодействия отдельных волокон. Описан метод, учитывающий взаимное расположение каждого волокна внутри текстильных нитей, из которых построено заданное ткацкое переплетение, что позволит прогнозировать способность армирующей тканой основы пропитываться полимерным связующим при формировании полимерных композиционных материалов. Разработано программное обеспечение на языке функционального программирования Haskell, позволяющее изобразить трехмерную модель каждого волокна в нити в виде линии, совокупности точек или трубочки заданного диаметра. Приведены результаты моделирования геометрической структуры тканых материалов, доказывающие возможность практического применения разработанного метода моделирования.*

*In the manufacture of fibrous polymer composites and, in particular, in the implementation of the impregnation process of the textile reinforcing base with a binder, one of the most important properties is the ability to soak a viscous liquid. This ability is due to the capillary-porous structure of the fibrous material. Therefore, the creation of computer 3D models of reinforcing structures is a topical problem. We propose a new approach to the description of woven reinforcing materials structure, reduced to modeling the trajectories of fibers and threads in an arbitrary weave structure using rectangular functions and helix equations based on simulation modeling of the individual fibers interaction. We describe a method which takes into account the relative location of each fiber inside the textile threads from which a given weave structure is constructed. This will allow to predict the ability of the reinforcing woven base to soak a polymer binder during the formation of polymer composite materials. The software has been developed in the Haskell functional programming language, which allows to depict a three-dimensional model of each fiber in a thread in the form of a line, a set of points or a tube of a given diameter. The results of modeling the geometric structure of woven materials are presented, proving the possibility of the developed modeling method practical application.*

**Ключевые слова:** композиты, армирующие тканые материалы, математическое моделирование, программное обеспечение, 3D- модели.

**Keywords:** composites, reinforcing woven materials, mathematical modeling, software, 3D models.

### *Введение*

Моделирование структуры текстильных материалов, близкой к его реальному строению, является актуальной задачей в области прогнозирования свойств армирующих основ для композитов. На сегодняшний день этому вопросу посвящен ряд работ отечественных и зарубежных ученых [1...7]. Большинство работ связано с разработкой геометрических моделей, позволяющих проводить виртуальные испытания

3D-тканых армирующих структур на начальных этапах их проектирования, что в свою очередь позволяет прогнозировать механические свойства новых изделий. Некоторые методы построения геометрической модели представляют ткань при помощи набора математических инструментов (матрицы, уравнения), увязывающих нити друг с другом. Часто применяется моделирование на основе метода конечных элементов. При использовании метода ко-

нечных элементов обычно моделирование идет на уровне нитей, а не на уровне отдельных волокон.

Целью работы является предложение нового подхода к описанию структуры ткани, сводящегося к моделированию траекторий волокон и нитей в произвольном ткацком переплетении с использованием прямоугольных функций и уравнений винтовой линии на основе имитационного моделирования взаимодействия отдельных волокон. Метод позволяет учитывать взаимное расположение каждого волокна внутри текстильных нитей, из которых построено заданное ткацкое переплетение, что позволит прогнозировать способность армирующей тканой основы пропитываться полимерным связующим при формировании полимерных композиционных материалов.

#### Методы

В армирующих тканях чаще всего используются главные (простые) переплетения – полотняное, саржевые, атласное сатиновое [8...10].

При моделировании ткацких переплетений требуется описать с помощью формул траекторию каждой нити. Для полотняного переплетения траектория нити будет хорошо описываться периодической функцией на основе функции  $\sin$  или  $\cos$ . Такой способ моделирования траекторий нитей был использован авторами в работе [4]. При необходимости моделирования переплетений отличных от полотняного, такой способ не будет работать.

В данной статье авторами предлагается универсальный способ моделирования траекторий нитей, задаваемых произвольным раппортом. Если рассмотреть траекторию нити в переплетении, отличном от полотняного, то можно заметить, что она является периодической, но длина участков на лицевой стороне и на изнаночной отличается. Для моделирования такой траектории необходима функция, позволяющая задавать соотношение между длиной участков на лицевой и изнаночной сторонах. Такие функции известны в физике и электронике, и это соотношение называется "скважность".

Для моделирования импульсной периодической функции с заданной скважностью и аппроксимации траектории нити в ткацком переплетении используем прямоугольные функции, которые описываются следующим выражением:

$$P(t) = \begin{cases} 0, & \text{if } |t| > \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & \text{if } |t| = \frac{1}{2} \\ 1, & \text{if } |t| < \frac{1}{2} \end{cases}. \quad (1)$$

Прямоугольную функцию можно представить как предел рациональной функции:

$$P(t) = \lim_{n \rightarrow \infty, n \in \mathbb{Z}} \frac{1}{(2 \cdot t)^{2n} + 1}. \quad (2)$$

Для аппроксимации траектории нити в ткани можно задать некоторое небольшое  $n$  и, используя линейную комбинацию аппроксимаций прямоугольной функции, получить необходимую траекторию нити в переплетении (рис. 1 – комбинация аппроксимаций прямоугольной функции  $P(t - 1) + 2 \cdot P(t - 3) + 0.7 \cdot P(2 \cdot (t - 5))$ ), описывающей траекторию нити с петлями в точках с координатами 1, 3 и 5).

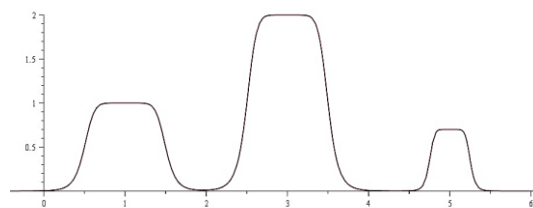


Рис. 1

Траектория каждого отдельного волокна в крученой нити может быть аппроксимирована винтовой линией с прямолинейной осью, направленной вдоль оси  $x$ :

$$\begin{cases} x = t, \\ y = \cos(t), \\ z = \sin(t). \end{cases} \quad (3)$$

Требуется построить винтовую линию с осью, проходящей по траектории, описываемой функцией (2) или линейной комбинацией

цией таких функций. Чтобы это осуществить, зададим функцию, вычисляющую вектор-нормаль к траектории в заданной точке и функцию, вычисляющую длину траектории от начальной точки до заданной:

$$n(t) = \begin{bmatrix} n(t)_x \\ n(t)_y \\ n(t)_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f'(t)}{\sqrt{(f'(t))^2 + 1}} \\ 1 \\ \frac{f'(t)}{\sqrt{(f'(t))^2 + 1}} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $f(t)$  – функция траектории нити.

Функция, вычисляющая длину траектории:

$$l(t) = \int_0^t \sqrt{(f'(t))^2 + 1}. \quad (5)$$

Тогда, используя (2), (3), (4), (5), можно записать функцию для отдельного волокна в нити, описываемой ее траекторией в переплетении:

$$\text{fib}(t) = \begin{bmatrix} t + \sin(l(t))n(t)_x \\ \cos(l(t)) \\ f(t) + \sin(l(t))n(t)_z \end{bmatrix} \dots (6)$$

Введем дополнительные коэффициенты, позволяющие регулировать шаг витков винтовой линии, ее радиус, а также учитывать параметры смещения винтовой линии вдоль каждой из осей координат:

$$\begin{aligned} \text{fib2}(t, s, d, r) = \\ = \begin{bmatrix} t + s \sin(l(t)d + r_x)n(t)_x, \\ s \cos(l(t)d + r_x) + r_y, \\ f(t) + s \sin(l(t)d + r_x)n(t)_z + r_z, \end{bmatrix} \quad (7) \end{aligned}$$

где  $d$  – коэффициент, регулирующий число витков винтовой линии на единицу длины нити;  $s$  – коэффициент, задающий радиус винтовой линии;  $r$  – вектор смещений;  $r_x$  – смещение по оси  $x$ ;  $r_y$  – смещение по оси  $y$ ;  $r_z$  – смещение по оси  $z$ .

На рис. 2 изображена траектория отдельного волокна нити, заданная функцией  $\Pi(t - 1) + 2(t - 3) + 0,7\Pi(2(t - 5))$ .

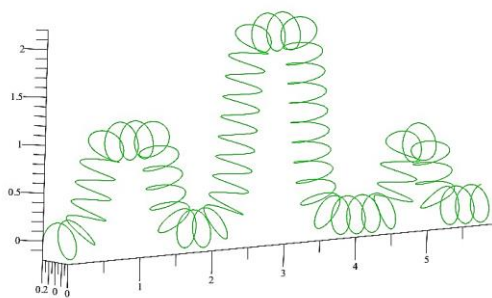


Рис. 2

На рис. 2 изображена траектория отдельного волокна нити, заданная функцией  $\Pi(t - 1) + 2(t - 3) + 0,7\Pi(2(t - 5))$ .

При имитационном моделировании участка ткани каждое волокно каждой нити представляется как конечное множество точек пространства, координаты которых определяются формулой (7).

Волокна имеют отличную от 0 толщину, поэтому при моделировании нескольких волокон одной и той же нити по формуле (7) с использованием генератора случайных чисел модели волокон будут геометрически пересекаться, что значительно снижает качество модели и применимость ее на практике. Для повышения качества модели необходимо учитывать физические взаимодействия между отдельными волокнами. Данную задачу предлагается решить в два этапа: на первом этапе генерируются траектории всех волокон по формуле (7) с использованием генератора случайных чисел; на втором этапе, с учетом толщины волокон, рассчитываются физические взаимодействия между волокнами в тех областях, где их модели пересекаются. После корректировки траектории уже не будут полностью соответствовать формуле (7), поэтому должны задаваться другим способом. Произвольная траектория задается дискретизацией с заданным шагом. Следовательно после первого шага моделирования будет проведена дискретизация и траектория каждого волокна будет представлена конечной последовательностью точек пространства с известными координатами. Исходную траекторию в таком случае можно аппроксимировать, проведя линию (ломаную или сглаженную) через эти точки. На

втором этапе моделирования будут корректироваться позиции отдельных точек траектории и таким образом можно выполнить все условия.

Для моделирования взаимодействия волокон между собой представим волокна как совокупность конечного множества упругих частиц. Каждая обладает собственным набором характеристик, на которые действуют внешние силы, под воздействием которых частицы изменяют свое положение в пространстве. Частицы находят положение, в котором действующие на них силы уравниваются друг другом. К характеристикам частиц будут относиться следующие: форма, размеры, связи с соседними частицами, положение в пространстве, масса. Силы, воздействующие на частицы, должны быть противоположно направленными, чтобы было возможно достижение равновесия.

На каждое волокно действует сила, стремящаяся распрямить его, и силы воздействия других волокон. Таким образом, если текстильная нить состоит из более чем одного волокна, они не смогут полностью распрямиться, так как будут воздействовать друг на друга и отталкиваться. Найдя точку равновесия в этом взаимодействии, мы получим реалистичную модель нити или ткани.

Чтобы смоделировать силу, стремящуюся распрямить волокно, рассмотрим дифференциальное уравнение затухающих колебаний струны:

$$a^2 \Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - d \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (8)$$

где  $u$  – функция траектории струны;  $a$  – фазовая скорость;  $d$  – коэффициент затухания колебаний;  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Решая это нестационарное уравнение численно, получим геометрические положения частиц волокна с заданными шагами по оси времени. Начальное условие для дифференциального уравнения будет соответствовать начальному положению частиц волокна.

Для моделирования силы отталкивания между частицами волокон, нужно для каж-

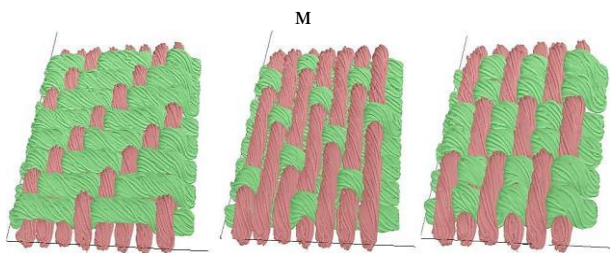
дой найти "соседей" – частицы, которые лежат в непосредственной близости от рассматриваемой и при этом сферы, с радиусами равными радиусам волокон и центрами соответствующими положениям частиц, пересекаются. Чем сильнее пересекаются сферы, тем больше должна быть сила отталкивания. Для поиска "соседей" выбранной частицы требуется найти расстояния до всех частиц, которые не принадлежат одному и тому же волокну. Если это расстояние меньше суммы радиусов волокон, которым принадлежат две частицы, то на исходную частицу должна действовать сила отталкивания, направленная вдоль прямой, на которой лежат центры этих частиц, и пропорциональная разности между суммой радиусов и расстоянием между центрами.

Для оптимизации перебора частиц при поиске "соседей" в трехмерном пространстве применим "октодереву" или "восьмеричное дерево" – специальную структуру хранения данных, которая позволяет ускорить процесс поиска элементов, принадлежащих окрестности заданной точки в трехмерном пространстве. Идея восьмеричного дерева состоит в том, что начальная область, включающая в себя все точки, делится на восемь "октантов" – параллелепипедов равного размера. Все множество точек делится на восемь частей по признаку принадлежности определенному октанту. Определение принадлежности точки октанту выполняется очень быстро, так как грани октантов параллельны координатным плоскостям. Далее, те октанты, количество точек в которых превышает определенный порог, также делятся на восемь частей. Этот процесс продолжается до тех пор, пока количество точек в каждой области не будет меньше заданного порога. Таким образом, восьмеричное дерево представляет собой рекурсивную структуру. После того, как дерево построено и все точки распределены по листьям этого дерева, можно осуществлять поиск точек в заданной окрестности от выбранной. Древоподобная структура позволяет значительно ускорить поиск, и сложность поиска при увеличении количества точек возрастает медленно.

После определения списка "соседей" выбранной частицы, для упрощения нахождения результирующей силы отталкивания, действующей на выбранную частицу, найдем центр масс всех частиц-соседей. Результирующая сила действует в направлении от центра масс. Таким образом, требуется определять только расстояние от центра масс до выбранной точки, а не расстояния от всех точек-соседей, что значительно уменьшает объем расчетов.

#### Результаты и обсуждения

Для моделирования участка ткани с заданным раппортом разработано программное обеспечение на языке функционального программирования Haskell. Программное обеспечение позволяет изобразить трехмерную модель каждого волокна в нити в виде линии, совокупности точек или трубочки заданного диаметра. На рис. 3 (3D-модели текстильных переплетений: а) саржевое; б) сатиновое; в) репсовое) изображены модели различных переплетений, полученные с использованием разработанного программного обеспечения.



## ВЫВОДЫ

Разработан универсальный метод моделирования траекторий волокон и текстильных нитей в произвольном ткацком переплетении с использованием прямоугольных функций и уравнений винтовой линии. Метод реализован в программном обеспечении, позволяющем смоделировать участок тканой армирующей основы с заданным раппортом для исследования процесса пропитки связующими при формировании полимерных волокнистых композитов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Chen X.* Modelling and Predicting Textile Behaviour. – Cambridge: Woodhead Publishing, 2010.

2. *Lomov S.V., Huysmans G., Verpoest I.* Hierarchy of Textile Structures and Architecture of Fabric Geometric Models // *Textile Research Journal*. – №71, 2001. P.34...43.

3. *Севостьянов П.А.* Компьютерное моделирование в задачах исследования текстильных материалов и производств. – М.: Тисо Принт, 2014.

4. *Ясинская Н.Н., Бизюк А.Н., Разумеев К.Э.* Моделирование структуры текстильных материалов для формирования слоистых композитов // *Изв. вузов. Технология текстильной промышленности*. – 2018, №378. С.273...277.

5. *Киселев А.М., Хамматова В.В., Киселев Н.В.* Разработка математической модели структуры 3D-тканей // *Дизайн и технологии*. – 2019, № 111. С.82...88.

6. *Колесников П.Н., Иванов А.Н., Хамматова Э.А., Киселев А.М.* Компьютерные трехмерные модели текстильных материалов полотняного переплетения // *Вестник Казанского технологического университета*. – 2014, № 9. С.49...51.

7. *Бенецкая В.В., Селиверстов В.Ю., Киселев А.М., Рудовский П.Н., Киселев М.В.* Моделирование структуры тканей // *Изв. вузов. Технология текстильной промышленности*. – 2013, № 345. С.23...28.

8. *Перепелкин К.Е.* Армирующие волокна и волокнистые полимерные композиты. – СПб : Научные основы и технологии, 2009.

9. *Трещалин Ю.М.* Композиционные материалы на основе нетканых полотен. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2015.

10. *Vazeko V.V., Yasinskaya N.N.* Analysis of the structure of the textile reinforcement of a composite material // *Fibre Chemistry*. – 2014, № 4. С.245...249.

## REFERENCES

1. *Chen X.* Modelling and Predicting Textile Behaviour. – Cambridge: Woodhead Publishing, 2010.

2. *Lomov S.V., Huysmans G., Verpoest I.* Hierarchy of Textile Structures and Architecture of Fabric Geometric Models // *Textile Research Journal*. – №71, 2001. P.34...43.

3. *Sevost'yanov P.A.* Komp'yuternoe modelirovanie v zadachakh issledovaniya tekstil'nykh materialov i proizvodstv. – М.: Tiso Print, 2014.

4. *Yasinskaya N.N., Bizyuk A.N., Razumeev K.E.* Modelirovanie struktury tekstil'nykh materialov dlya formirovaniya sloistyykh kompozitov // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*. – 2018, №378. S.273...277.

5. *Kiselev A.M., Khammatova V.V., Kiselev N.V.* Razrabotka matematicheskoy modeli struktury 3D-tkaney // *Dizayn i tekhnologii*. – 2019, № 111. S.82...88.

6. *Kolesnikov P.N., Ivanov A.N., Khammatova E.A., Kiselev A.M.* Komp'yuternye trekhmernye modeli tekstil'nykh materialov polotnyanogo perepletaniya // *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*. – 2014, № 9. S.49...51.

7. Benetskaya V.V., Seliverstov V.Yu., Kiselev A.M., Rudovskiy P.N., Kiselev M.V. Modelirovanie struktury tkaney // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. – 2013, № 345.

8. Perepelkin K.E. Armiruyushchie volokna i voloknistye polimernye kompozity. – SPb : Nauchnye osnovy i tekhnologii, 2009.

9. Treshchalin Yu.M. Kompozitsionnye materialy na osnove netkanykh poloten. – M.: MGU im. M.V. Lomonosova, 2015.

10. Bazeko V.V., Yasinskaya N.N. Analysis of the structure of the textile reinforcement of a composite material // Fibre Chemistry. – 2014, № 4. S.245...249.

Рекомендована кафедрой экологии и химических технологий. Поступила 18.10.21.

---