Так как $d - 2\varepsilon \geq 0$, то $d - \varepsilon \geq \varepsilon > 0$, а, следовательно, все коэффициенты ряда z^{-1} неотрицательны. Поэтому алгебра $A = F/I$ бесконечномерная.

Пусть K не более чем счётное поле, а $F = K\ (x; y)$ – алгебра многочленов над полем K от не перестановочных переменных x и y, а F' подалгебра многочленов без свободных членов.

Занумеруем элементы из F': $u_1, u_2, \ldots$ Рассмотрим N_1 степень элемента u_i. Возведем элемент u_1 в N_1-ю степень и разложим $u_1^{N_1}$ на однородные слагаемые $f_1, f_2 \ldots, f_m$ возрастающих степеней. Пусть число N_2 превосходит любую из них. Возведем u_2 в N_2-ю степень и разложим $u_2^{N_2}$ на однородные слагаемые f_{m+1}, f_{m+2} возрастающих степеней. Продолжая этот процесс, построим многочлены f_1, f_2 ... возрастающих степеней не менее N_1. Пусть I – идеал, порожденный этими многочленам. Тогда $A' = F'/I$ – нильагебра с порождающими элементами $\overline{x} = x + I, \overline{y} = y + I$. Непосредственной проверкой убеждаемся, что фактор-алгебра $A = F/I$ бесконечномерная, а, следовательно, алгебра $A' = A_0 \oplus A_1 \oplus \ldots$ будет бесконечномерна, а, следовательно, не является нильпотентной. В условии теоремы Е. С. Голода имеем $d = 2, r_n \leq 1$, причем $r_1 = r_2 = \ldots = r_8 = 0.$ Прямое вычисление показывает, что при $\varepsilon = 1/4$, выполняется неравенство: $r_n \leq 1/4\ (d - 1/2)^{n-2}$. А это означает, что алгебра $A' = F'/I$ не является нильпотентной, но все ее элементы, а, следовательно, все подалегбры с одним порождающим элементом, нильпотентны.

УДК 517.5

ТЕОРИЯ КОС

Ст. преп. Дмитриев А.П., студ. Рашкевич А.В.
Витебский государственный технологический университет
г. Витебск, Республика Беларусь

Математическая коса состоит из n нитей (т. е. кривых в пространстве), которые начинаются в n точках горизонтальной прямой и заканчиваются в n точках другой горизонтальной прямой, расположенной ниже. При этом нити должны быть нисходящими, т. е. касательный вектор в любой точке кривой должен всё время «смотреть вниз».

Среди кос выделяются: (картинка на слайде).

Девичья коса $K1$**:** девичья коса – символ девичества, молодости, красоты, чистоты.

Тривиальная коса $K2$**:** все нити – вертикальные прямые. Является частным случаем крашеной косы.

Крашеная коса $K3$**:** любая коса, которой отвечает тождественная перестановка $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3\ldots & n \\ 1 & 2 & 3\ldots & n \end{pmatrix}$, т. е. коса, сохраняющая порядок номеров нитей.

Циклическая коса $K4$**:** косы, противоположные циклическим, переставляющие все номера нитей по единому циклу.

Две косы считаются эквивалентными, если одну можно превратить в точную копию другой, двигая нити (без разрывов и склеиваний) так, чтобы каждая точка каждой нити перемещалась только в горизонтальной плоскости.

Произведением двух кос a и b – новая коса ab, полученная соединением нижних концов первой косы с верхними концами второй и сжатая в 2 раза в горизонтальном направлении.

Такое умножение обладает рядом свойств обычного умножения чисел.

Ассоциативный закон (сочетательный): $K_1(K_2K_3) = (K_1K_2)K_3$.

Т. е. для любых трёх кос $K1$, $K2$ и $K3$ эти произведения эквивалентны.

Наличие единицы: тривиальная коса $K_2 = 1$, для которой $1 \bullet K = K \bullet 1 = K$.

Т. е. коса, которая, как число 1, не изменяет то, что на неё умножается.

Наличие обратного элемента (аналог деления): $K^{-1} \bullet K = K \bullet K^{-1} = 1\ (*)$.

У каждой косы K имеется обратная коса K^{-1}, выполняющая равенство $(*)$.