

Пк

## Современные технологии

УДК 685.34.03.017.3

**А. П. Дмитриев,***старший преподаватель Витебского  
государственного технологического  
университета***М. В. Семашко,***аспирант Витебского государственного  
технологического университета***О. А. Буркина,***студент Витебского государственного  
технологического университета***Определение оптимального радиуса образца листового материала,  
формуемого растяжением на поверхности полусфера**

*В работе приводятся теоретические формулы для расчета оптимального радиуса образца листового материала, формуемого растяжением на поверхности полусфера, а также формулы для определения деформаций и напряжений в меридиальном и радиальном направлениях. Однако составленная на основе закона Гука теоретическая модель содержит ряд допущений и ограничений, поэтому в дальнейшем необходимо провести проверку ее адекватности экспериментально.*

**Введение.** Определение размеров плоских форм деталей обуви на основе формы обувной колодки занимает значительную часть процесса конструирования обуви и в конечном итоге определяет качество готового изделия. Установление оптимальных размеров обувных деталей содействует также более эффективному использованию обувных материалов. Конструкция деталей верха обуви, полученная с развертки поверхности колодки, в дальнейшем подвергается деформации при формовании, при этом плоским деталям придаются сложные пространственные формы, соответствующие определенным частям поверхности колодки.

Величины деформаций деталей верха обуви при их формовании зависят от особенностей формы колодки и точности получения ее копии. Определение копии колодки как основного ее чертежа производится обычно эмпирическими методами, которые, как правило, достаточно длительны по времени и не всегда являются точными. При решении этих задач необходимо уделить особое внимание различным математическим методам, которые непосредственно связаны с проблемой определения копии поверхности колодки.

Одной из проблем, связанных с процессом

построения такой копии, является изучение воздействия, оказываемого на материал при его формовании. Копия при этом представляет собой плоскую форму, которая с учетом физико-механических свойств формуемого материала после процесса формования (заранее определенным способом) будет точно облегать соответствующую часть колодки. Полученные в данной работе результаты могут быть использованы на практике при определении некоторых параметров копии колодки. Однако обувная колодка представляет собой достаточно сложную пространственную форму и для проведения (особенно на начальном этапе) теоретического анализа полученных результатов является не очень удобной, так как требует решения большого количества различных практических задач. Поэтому для начального анализа механических параметров процесса формования выбрана достаточно простая форма, имитирующая носочную часть обуви, — поверхность полусфера. Для используемых в статье величин введем следующие обозначения:

$A$  — первоначальная длина дуги сферического сектора до формования, мм;

$A'$  — конечная длина дуги сферического сектора после формования, мм;

$R$  — радиус полусферы, мм;  
 $r$  — радиус формуемого образца, мм;  
 $r_0$  — оптимальный радиус формуемого образца, мм;

$\Delta\psi$  — центральный угол выбранного элементарного сектора круга (кругового сектора), рад;  
 $\Phi$  — конечный угол формования, рад;  
 $\varphi$  — угол, определяющий положение дуги  $A'$ , рад;

$\Delta l$  — удлинение материала в меридиальном направлении, мм;

$E$  — модуль упругости, Н·м<sup>2</sup>;

$\epsilon_\varphi$  — деформация в меридиальном направлении;

$\epsilon_\psi$  — деформация в радиальном направлении;

$\sigma_\varphi$  — напряжение в меридиальном направлении, Н·м<sup>2</sup>;

$\sigma_\psi$  — напряжение в радиальном направлении, Н·м<sup>2</sup>.

Относительную деформацию материала, происходящую на поверхности полусфера, можно в первом и наилучшем приближении определить, исходя из геометрических соображений, не учитывая при этом влияния сил трения и предполагая, что деформация в меридиальном направлении происходит равномерно, т. е.  $\epsilon_\varphi = const$  (первое допущение). Эти предположения позволяют упростить нахождение деформации в радиальном и меридиальном направлениях [1; 2]:

$$\epsilon_\psi = \frac{\alpha^1 - \alpha}{\alpha} = \frac{R \cdot \sin \varphi \cdot d\psi - r \cdot \frac{\Phi}{\Phi} \cdot d\psi}{r \cdot \frac{\Phi}{\Phi} \cdot d\psi} = \frac{R}{r} \cdot \frac{\Phi}{\Phi} \cdot \sin \varphi - 1 \quad (1)$$

$$\text{и } \epsilon_\varphi = \frac{R}{r} \cdot \Phi - 1. \quad (2)$$

Смысл геометрических обозначений, используемых в формулах (1) и (2), иллюстрирует рисунок 1.

Предполагая, что в соответствии с пространственными особенностями поверхности полусфера равномерно изотропный материал испытывает при формовании на нем только двойное напряжение (второе допущение), найдем величины этих напряжений, используя закон Гука:

$$\sigma_\psi = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot (\epsilon_\psi + \mu \cdot \epsilon_\varphi) \quad (3)$$

$$\text{и } \sigma_\varphi = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot (\epsilon_\varphi + \mu \cdot \epsilon_\psi). \quad (4)$$

С учетом формул (2) и (3) получаем следующие результаты:

$$\sigma_\psi = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \left( \frac{R}{r} \cdot \frac{\Phi}{\Phi} \cdot \sin \varphi - 1 + \mu \cdot \left( \frac{R}{r} \cdot \Phi - 1 \right) \right), \quad (5)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot \left( \frac{R}{r} \cdot \Phi - 1 + \mu \cdot \left( \frac{R}{r} \cdot \frac{\Phi}{\Phi} \cdot \sin \varphi - 1 \right) \right). \quad (6)$$

Для определения оптимального радиуса деформируемого образца (чтобы он хорошо облегал выбранную часть поверхности полусфера) необходимо установить условия, при которых такое облегание может быть достигнуто. Будем считать, что при использовании образца оптимального радиуса радиальное напряжение по краю натягиваемого материала будет нулевым (третье допущение), а значит, материал не будет сжиматься и растягиваться в радиальном направлении ( $\sigma_\psi = 0$ ).

В соответствии с формулой (5), с учетом выдвинутого предположения, а также того, что  $\varphi = \Phi$ , получаем следующую формулу для определения величины оптимального ра-

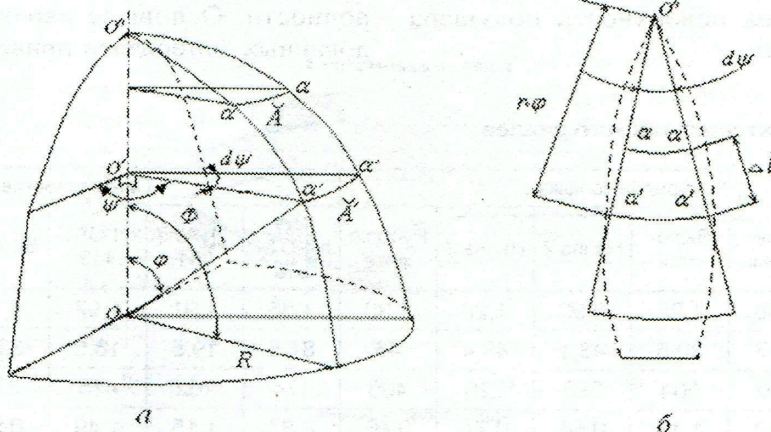


Рисунок 1 — Элементы пространственного сегмента для определения относительной деформации при формовании материала на поверхности полусфера: а — элемент поверхности полусфера; б — соответствующий элемент кругового образца

диуса образца листового материала при его формировании на поверхности полушара:

$$r_0 = R \cdot \frac{\mu \cdot \Phi + \sin \Phi}{1 + \mu}. \quad (7)$$

В случае рассмотрения всей поверхности полушара, когда  $\Phi = \frac{\pi}{2}$ , имеем следующее [3]:

$$r_0 = R \cdot \frac{\mu \cdot \frac{\pi}{2} + 1}{\mu + 1}. \quad (8)$$

Из соотношений (7) и (8) следует, что оптимальный радиус материала определяется не только геометрическими параметрами, но и коэффициентом Пуассона  $\mu$ , который является постоянной величиной, характеризующей упругость материала [4]. В теории материаловедения изделий легкой промышленности он называется коэффициентом поперечной деформации [5] или коэффициентом поперечного сокращения [6] и при одноосном растяжении рассчитывается по формуле

$$\mu = \frac{\varepsilon_{n.сж.}}{\varepsilon_{n.p.}},$$

где  $\varepsilon_{n.сж.}$  — поперечная деформация сжатия;  
 $\varepsilon_{n.p.}$  — продольная деформация растяжения.

Известно, что для металлических материалов коэффициент поперечного сокращения принимает значение от 0 до 0,5 и чаще всего его определяют при одноосном растяжении материалов. Величина коэффициента поперечного сокращения для кожевенных материалов может принимать намного большие значения, например, быть равной 1,58 [7]. Величины оптимального радиуса копии при формировании на полушаре, исходя из формулы (8), будут следующими:

- при  $\mu = 0$   $r_0 = R$ ;
- при  $\mu = 0,5$   $r_0 \approx 1,19R$ ;
- при  $\mu = 1,58$   $r_0 \approx 1,35R$ .

Величины деформаций и напряжений при таком выборе оптимального способа формирования материала на поверхности полушара будут следующими:

$$\varepsilon_{\psi_0} = R \cdot \frac{(\mu + 1) \cdot \frac{\Phi}{\Phi} \cdot \sin \Phi}{\mu \Phi + \sin \Phi} - 1, \quad (9)$$

$$\varepsilon_{\phi_0} = R \cdot \frac{\Phi - \sin \Phi}{\mu \Phi + \sin \Phi}, \quad (10)$$

$$\sigma_{\psi_0} = \frac{E}{1 - \mu} \cdot \frac{\frac{\Phi}{\Phi} \cdot \sin \Phi - \sin \Phi}{\mu \Phi + \sin \Phi}, \quad (11)$$

$$\sigma_{\phi_0} = \frac{E}{1 - \mu} \cdot \frac{\Phi + \mu \frac{\Phi}{\Phi} \cdot \sin \Phi - \mu \Phi - \sin \Phi}{\mu \Phi + \sin \Phi}. \quad (12)$$

Деформация материала при его формировании на поверхности полушара является достаточно высокой. Поэтому в качестве опытного материала необходимо выбрать такой материал, который бы обладал большой упругой деформацией и низким модулем упругости (например, синтетические кожи артикула «Бирюза» и «2.1 CAT-110»). Такие требования позволяют при относительно малых напряжениях достичь более быстрых результатов эксперимента для проверки совпадения расчетных и опытных результатов. Как уже отмечалось выше, среди теоретических предпосылок при построении модели есть еще и свойство изотропности материала, которому, к сожалению, удовлетворяют не все из исследуемых материалов. Ярко выраженными свойствами анизотропности обладают новые синтетические кожи артикулов «Бирюза», «Т-Синий», «Метлак». С другой стороны, нельзя не учесть того факта, что чаще всего материалом верха обуви является все-таки природный материал. Поэтому необходимо исследовать, например, натуральную кожу артикула «Русская кожа», которая при этом из всех указанных материалов в наибольшей степени обладает свойством изотропности. Основные характеристики исследованных материалов приведены в таблице 1.

Таблица 1 — Характеристики материалов

Характеристики	Натуральные кожи						Синтетические кожи					
	Яловка	Полукожник	Выросток	Наппа 2	Наппа 3	Русская кожа	NW JUPITER 318	1.1JAWA 331	2.1 CAT-110	Бирюза	Метлак	Т-Синий
$h$	1,62	1,38	1,25	0,90	1,20	1,30	1,85	1,91	1,97	1,15	1,05	1,00
$\varepsilon_p$	55,9	63,7	30,5	43,1	49,4	46	81,5	19,5	18,5	33,6	28,9	28,9
$P_p$	294	420	504	393	226	406	174	162	415	378	298	270
$\mu$	0,84	0,62	1,13	0,54	0,74	0,46	0,87	1,15	1,49	0,59	0,70	0,63

Примечание.  $h$  — толщина материала (мм);  $\varepsilon_p$  — линейная деформация при разрыве (%);  $P_p$  — нагрузка при разрыве (Н);  $\mu$  — коэффициент поперечного сокращения.

Оптимальный радиус образца листового материала при формовании на полушаре определяется теоретически по формуле (8). Для этого в ходе испытания материала на обычной разрывной машине определялась постоянная величина  $\mu$ . В ходе проведения испытаний нескольких образцов для каждого материала были определены средние значения коэффициента  $\mu$  (см. таблицу 1). На основании полученных результатов были рассчитаны величины оптимальных радиусов копии поверхности полушара радиусом  $R = 56,5$  мм (в соответствии с источником [8]).

Полученные результаты приведены в таблице 2.

При создании теоретической модели считалось, что коэффициент поперечного сокращения  $\mu$  постоянен и не зависит от величины деформации материала. Однако на практике оказалось, что он с ростом деформации изменяется. Это видно из рисунков 2 и 3, на которых показан характер такой зависимости.

При этом, если для натуральных кож (рисунок 2) изменение  $\mu$  зависит от величины деформации незначительно (кроме, быть может, кожи артикула «Выросток»), то для

Таблица 2 — Значения оптимального радиуса копии поверхности полушара

Характеристики	Натуральные кожи						Синтетические кожи					
	Яловка	Полукожник	Выросток	Наппа 2	Наппа 3	Русская кожа	NW JUPITER 318	1.1JAWA 331	2.1 CAT-110	Бирюза	Метлак	Т-Синий
$\mu$	0,84	0,62	1,13	0,54	0,74	0,46	0,87	1,15	1,49	0,59	0,70	0,63
$r_0$	71,2	68,8	73,6	67,8	70,2	66,7	71,5	73,8	75,8	68,5	69,8	68,9
$\frac{r_0}{R}$	1,26	1,22	1,30	1,20	1,24	1,18	1,27	1,31	1,34	1,21	1,24	1,22



Условные обозначения:  
1 — Яловка; 2 — Полукожник; 3 — Выросток; 4 — Наппа 2; 5 — Наппа 3; 6 — Русская кожа

Рисунок 2 — Зависимость коэффициента поперечного сокращения от линейной деформации



Условные обозначения:  
1 — NW JUPITER 318; 2 — 1.1 JAWA 331; 3 — 2.1 CAT 110; 4 — Бирюза; 5 — Метлак; 6 — Т-Синий

Рисунок 3 — Зависимость коэффициента поперечного сокращения от линейной деформации

искусственных кож при увеличении деформации  $\mu$  ведет себя по-разному. Так, для материалов 4, 5 и 6 он значительно убывает, а для материалов 2 и 3 наблюдается его возрастание (см. рисунок 3). Поэтому для проведения экспериментов по натяжению синтетических материалов на поверхность полусферы необходимо выяснить, какое значение коэффициента поперечного сокращения нужно выбрать для получения наиболее оптимального значения радиуса образца.

Теоретическая модель для расчета оптимального радиуса образца листового материала, формуемого на полусфере, построена на основе закона Гука в предположении, что происходит двухосное растяжение, определяющее напряжения в меридиальном и радиальном направлениях. Очевидно, однако, что расчетные величины напряжений могут отличаться от экспериментальных. Одной из причин этого является то, что при формовании заготовки не происходит чисто двухосного растяжения материала и экспериментально установленная средняя величина коэффициента  $\mu$  не является наиболее объективной для определения двойного напряжения в материале. При проведении опытов коэффициент  $\mu$  может быть более высоким, чем его средняя величина, используемая в теоретических расчетах. Факт непостоянства коэффициента поперечного сокращения в определенной мере объясняется волокнистой структурой натуральных кож, а также неоднородностью строения основы синтетических кож. Поэтому необходимо учитывать, что при величине  $\mu$ , большей 0,5, формулы (5), (6), (11) и (12) имеют определенные ограничения. Более точный анализ вопросов формования требует измерения напряжений и тех структурных изменений, которые испытывает формуемый материал на поверхности полусферы экспериментальными методами.

**Заключение.** Закон Гука предполагает линейную зависимость между напряжением и деформацией. Однако для испытываемых материалов эта зависимость на практике будет не вполне линейной, что может снова

выявить различие между ожидаемыми и действительными величинами напряжения и деформации. В связи с этим при составлении более точной модели необходимо применять такие зависимости между напряжением и деформацией, которые бы учитывали реальное поведение кожевенных материалов. Поэтому дальнейшая работа будет посвящена проверке изложенных теоретических результатов экспериментально.

### Список литературы

1. **Комиссаров, А. И.** Деформации и напряжения плоских материалов при формовании на полусферу : сообщение 1 / А. И. Комиссаров, А. Н. Жаров // Изв. высш. учеб. заведений. Сер. «Технология легкой пром-сти». — 1965. — № 6. — С. 69–74.
2. **Куприянов, М. П.** Деформационные свойства кожи для верха обуви / М. П. Куприянов. — М. : Легкая индустрия, 1969. — 246 с.
3. **Studium deformace materiálu ve vztahu ke stanovení rovinné kopie povrchu tělesa (polokoule)** / L. Dolník, A. Židlik, M. Mladek, V. Hasin. — Praha : Kořářství, 1983, 4. — P. 104–106.
4. **Струк, В. А.** Материаловедение : учеб. / В. А. Струк [и др.]. — Минск : ИВЦ Минфина, 2008. — 519 с.
5. **Зубарян, К. М.** Материаловедение в производстве изделий легкой промышленности / К. М. Зубарян, Б. Я. Краснов, Я. И. Пустыльник. — М. : Информ-Знание, 2003. — 384 с.
6. **Бузов, Б. А.** Материаловедение в производстве изделий легкой промышленности (швейное производство) : учеб. / Б. А. Бузов, Н. Д. Алименкова ; под ред. Б. А. Бузова. — М. : Издат. центр «Академия», 2004. — 448 с.
7. **Зыбин, А. Ю.** Двухосное растяжение материалов для верха обуви / А. Ю. Зыбин. — М. : Легкая индустрия, 1974. — 120 с.
8. **Материалы текстильные.** Определение прочности при продавливании методом диафрагмы : СТБ ИСО 2960-2001. — Введ. 01.01.01. — Минск : Госстандарт : Бел. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2001. — 6 с.