

УДК 677:621.383

А.А.Джежора, А.А.Котов

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ ЕМКОСТИ ПРОХОДНОГО ДАТЧИКА,
ЗАПОЛНЕННОГО ТРЕХСЛОЙНОЙ И ЧЕТЫРЕХСЛОЙНОЙ СРЕДАМИ

Расчет емкости проходного датчика (рис. I, а), содержащего плоские знакопеременные и симметрично расположенные относительно плоскости контролируемого материала электроды \mathcal{U} , имеет важное научно-техническое значение. Особое значение приобретает расчет емкости датчика в случае заполнения его многослойной средой. Результаты такого расчета могут быть использованы для определения оптимальных условий и размеров электродов при неразрушающем контроле диэлектрических характеристик материалов, а также при контроле структуры материала. Известен ряд приближенных решений такой задачи при одностороннем контроле [2, 3 - 6], когда датчик представляет собой одну пару накладных измерительных конденсаторов.

Настоящая статья посвящена расчету емкости проходного датчика в случае бесконтактного контроля одно- и двухслойного материалов (рис. I, б). Это наиболее часто встречающиеся на практике случаи, когда слои, прилегающие к электродам, являются воздухом и имеют диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 1$.

Предполагая, что длина каждого из электродов намного больше ширины, задачу будем рассматривать как плоскопараллельный случай и весь расчет производить на единицу длины электродов. Электрическое поле во всех средах создается свободными зарядами, распределенными на электродах, и связанными зарядами, наведенными на поверхностях раздела различных слоев. Заменив наведенные связанные заряды на границах раздела слоев расчетными зарядами (см. рис. I, б), согласно методу зеркальных отображений [2], для трехслойной среды получим

$$\varepsilon(y) = \begin{cases} \varepsilon_1 = 1, & \text{если } y < h; \\ \varepsilon_2 = \varepsilon, & \text{если } h < y < h + b; \\ \varepsilon_3 = 1, & \text{если } h + b < y; \end{cases}$$

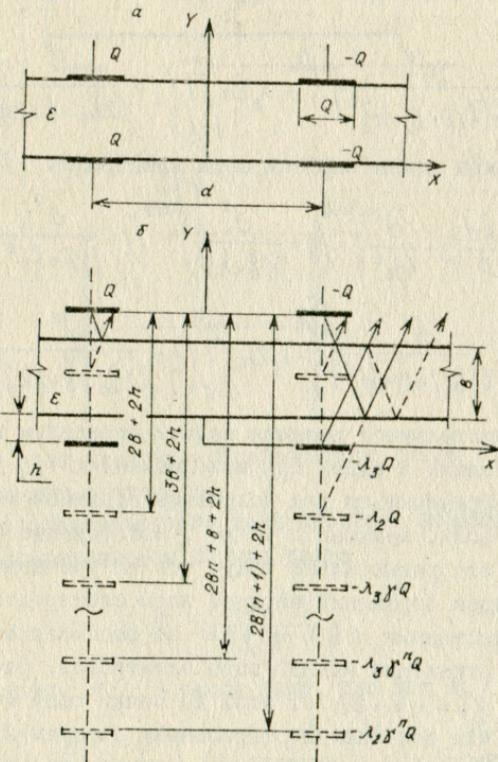


Рис. I. К расчету электростатического юля проходного датчика в случае заполнения его трехслойной средой:
а - проходной датчик; б - проходной датчик имеет воздушный зазор с контролируемым материалом

следующие коэффициенты отражений λ_1 , λ_2 , γ и пропускания λ_3 :

$$\lambda_1 = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}, \quad \lambda_2 = \frac{4(\varepsilon-1)}{(1+\varepsilon)^2}, \quad \lambda_3 = \frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2}, \quad \gamma = \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)^2.$$

Если заряд на единицу длины каждого из электродов Q , то разность потенциалов между электродами верхней пары, согласно (2), запишется в виде

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{Q}{\pi \epsilon_0} \left[\ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^{\lambda_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b+h)^2} \right)^{\lambda_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{(2h+b)^2} \right)^{\lambda_3/2} + \right. \\ \left. + \lambda_2 \ln \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 + \frac{d^2}{4[b(i+1)+h]^2} \right)^{\delta^{i/2}} + \lambda_3 \ln \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 + \frac{d^2}{(2bi+b+2h)^2} \right)^{\delta^{i/2}} \right],$$

а емкость единицы длины верхней пары электродов

$$C_0 = \pi \epsilon_0 \left[\ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^{\lambda_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b+h)^2} \right)^{\lambda_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{(2h+b)^2} \right)^{\lambda_3/2} + \right. \\ \left. + \lambda_2 \ln \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 + \frac{d^2}{4[b(i+1)+h]^2} \right)^{\delta^{i/2}} + \lambda_3 \ln \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 + \frac{d^2}{(2bi+b+2h)^2} \right)^{\delta^{i/2}} \right].$$

Для окончательного решения задачи определим количество членов n , стоящих в рядах при коэффициентах λ_2 , λ_3 , которыми можно ограничиться для получения заданной точности расчета δ . Если, начиная с $i=n$, последующие члены рядов отброшены, то это равносильно тому, что не учитывается поле, создаваемое рядом отражений верхней пары электродов, расположенных на расстоянии $2b(n+1)+2h$ от рассматриваемой точки поля, и рядом отражений нижней пары электродов, расположенных на расстоянии $2bn+b+2h$ от этой же точки поля (см. рис. I, б). Допустим, что все заряды отброшенных отражений электродов равны $Q_n = \lambda_3 \delta^n b$ ($\lambda_3 > \lambda_2$). Тогда, заменив отброшенные отражения электродов разноименными пластинами, края которых отстоят на расстояние $n b + 2b + 2h$ от рассматриваемой точки поля, увеличим поле неучтенных зарядов и тем самым ужесточим требования в отношении точности расчета.

Для оценки ошибки, которая получится в результате отбрасывания последних членов двух рядов, рассмотрим поля края пластин, полученного в результате замены плоского конденсатора (рис. 2). На расстоянии от края пластины, равном $b = (d/2\pi)[m + \ln(m-1)]$, напряженность электрического поля

уменьшается в m раз (2) . Если задаться допустимой относительной ошибкой δ в определении напряженности E_ℓ и знать

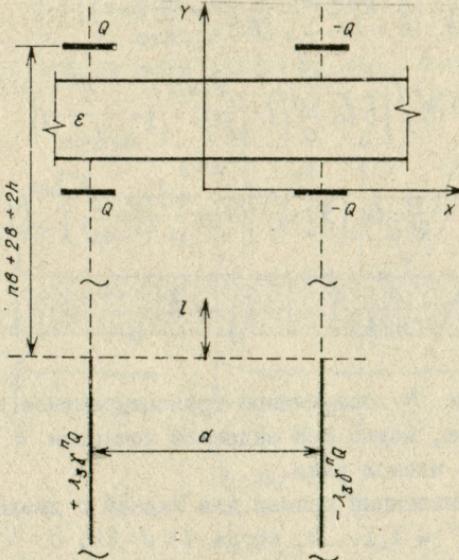


Рис. 2. Поле края пластин, образованного рядом отраженных отражений электродов
напряженность электрического поля плоского конденсатора E_0 , которая в рассматриваемом случае равна

$$E_0 = \frac{\lambda_3 \delta^n Q}{\epsilon_0 d},$$

можно легко найти n . В самом деле, так как $\lambda_1 < 0$, $\lambda_3, \lambda_2 > 0$, то

$$\psi_e - \psi_1 > \frac{Q}{\pi \epsilon_0} \ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2}\right)^{\lambda_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b+h)^2}\right)^{\lambda_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{(2h+B)^2}\right)^{\lambda_3/2} = U_1.$$

Относя составляющую разности потенциалов между электродами от поля пластин $E_0 d$ к U_1 , мы еще больше ужесточаем требования и получаем, что на расстоянии ℓ от края плоского конденсатора напряженность поля не должна быть больше чем

$$E_\ell = \frac{U_1}{d} \delta.$$

Следовательно,

$$m = \frac{E_0}{E_2} = \mathcal{F} \lambda_3 \delta^n / \left[\delta \ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^{\lambda_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b+h)^2} \right)^{\lambda_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{(2h+b)^2} \right)^{\lambda_3/2} \right].$$

Полагая, что $n\delta + 2(b+h) \geq \ell = \frac{d}{2\pi} [m + \ln(m-1)]$,

$$\text{получаем } n \geq \frac{d}{2\delta} \lambda_3 \delta^n / \left[\delta \ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^{\lambda_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b+h)^2} \right)^{\lambda_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{(2h+b)^2} \right)^{\lambda_3/2} \right] + \frac{d}{2\pi\delta} \ln \left\{ \mathcal{F} \lambda_3 \delta^n / \left[\delta \ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^{\lambda_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b+h)^2} \right)^{\lambda_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{(2h+b)^2} \right)^{\lambda_3/2} \right] - 1 \right\} - \frac{2(h+b)}{\delta}. \quad (1)$$

Решая относительно n полученное трансцендентное неравенство методом подбора, можно для заданной точности δ определить необходимое число членов ряда.

Рассмотрим численный пример для тканей с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1, 1\dots 3$, когда $b = d = 8h$, $d = 4a$, а $\lambda_1 = -0,04\dots -0,5$, $\lambda_2 = 0,04\dots 0,375$, $\lambda_3 = 0,99\dots 0,75$, $\delta = 0,002\dots 0,25$. Тогда для заданной относительной ошибки $\delta = 1\%$ неравенство (1) выполняется при $n = 1$ и не выполняется при $n = 0$. Следовательно, членами с $i \geq 1$ можно в рядах при λ_2 и λ_3 пренебречь.

Таким образом, при вычислении емкости с погрешностью не больше 1% можно использовать следующее выражение:

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \left[\ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^{\lambda_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b+h)^2} \right)^{\lambda_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{(2h+b)^2} \right)^{\lambda_3/2} \right]^{-1}. \quad (2)$$

Выражение (2) включает в себя емкость нижней и верхней пар электродов, так как в силу симметрии расположения электродов относительно материала они равны.

Далее рассмотрим случай, когда электроды расположены в четырехслойной среде (рис. 3), первый и четвертый слои – воздух:

$$\varepsilon(y) = \begin{cases} \varepsilon_1 = 1, & \text{если } y < h; \\ \varepsilon_3, & \text{если } h < y < b_1 + h; \\ \varepsilon_2, & \text{если } h + b_2 < y < h + b_1 + b_2; \\ \varepsilon_4 = 1, & \text{если } h + b_1 + b_2 < y. \end{cases}$$

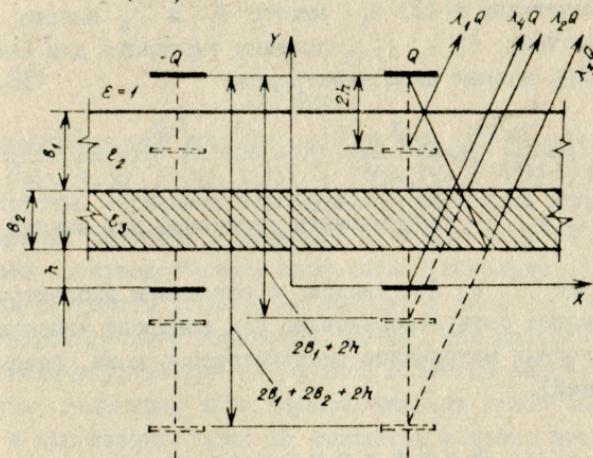


Рис. 3. Система зеркальных отражений для случая бесконтактного контроля двухслойного материала

В силу большого числа отражений, возникающих в четырехслойной среде, воспользуемся результатами предыдущего случая и работой [3]. Из них следует, что при $b_1 \approx d$ и $b_2 \approx d$ число отражений, которыми достаточно ограничиться, не превышает единицы. Строя по одному отражению на границах раздела слоев (см. рис. 3) и учитывая значения коэффициентов отражения и пропускания для каждого слоя [3], получаем

$$\lambda_1 = \frac{1 - \varepsilon_2}{1 + \varepsilon_2}, \quad \lambda_2 = \frac{4\varepsilon_2(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{(1 + \varepsilon_2)^2(\varepsilon_3 + \varepsilon_2)}, \quad (3)$$

$$\lambda_3 = \frac{16\varepsilon_2^2\varepsilon_3(\varepsilon_3 - 1)}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_2)^2(1 + \varepsilon_2)^2(1 + \varepsilon_3)}, \quad \lambda_4 = \frac{8\varepsilon_2\varepsilon_3}{(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3)(\varepsilon_3 + \varepsilon_2)}.$$

Поле над двухслойным материалом складывается из полей зарядов $Q, \lambda_1 Q, \lambda_2 Q, \lambda_3 Q, \lambda_4 Q$. Эти заряды находятся от верхней пары электродов соответственно на расстоянии $0, 2h, 2(h + b_1), 2(h + b_1 + b_2), 2h + b_1 + b_2$.

Следовательно, емкость верхней пары электродов

$$C_1 = \pi \epsilon_0 \left[\ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^{\lambda_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b_1+h)^2} \right)^{\lambda_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b_1+b_2+h)^2} \right)^{\lambda_3/2} \left(1 + \frac{d^2}{(b_1+b_2+2h)^2} \right)^{\lambda_4/2} \right]^{-1}$$

Емкость нижней пары электродов определяется аналогичным образом. Подставим в (3) ϵ_3 вместо ϵ_2 и ϵ_2 вместо ϵ_3 , поменяя местами b_1 и b_2 , получим выражение для емкости единицы длины нижней пары электродов:

$$C_2 = \pi \epsilon_0 \left[\ln \frac{4d}{a} \left(1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^{\lambda'_1/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b_2+h)^2} \right)^{\lambda'_2/2} \left(1 + \frac{d^2}{4(b_1+b_2+h)^2} \right)^{\lambda'_3/2} \left(1 + \frac{d^2}{(b_1+b_2+2h)^2} \right)^{\lambda'_4/2} \right]^{-1}$$

где $\lambda'_1, \lambda'_2, \lambda'_3, \lambda'_4$ - коэффициенты отражений для нижней пары электродов.

Различие C_1 и C_2 связано с различием диэлектрических свойств и может быть использовано для контроля качества структуры двухслойных материалов (искусственные кожи, покрытия, пакеты тканей).

Л и т е р а т у р а

1. Джекора А.А., Шушкевич В.Л. Расчет напряженности электрического поля и емкости датчика измерения анизотропии диэлектрических свойств полимерных материалов / Ред. журн. ВесцI АкадемII навук БССР. Сер. фІз.-тэхн. навук. Мн., 1988. Деп. в ВИНИТИ 25.04.88, № I549 - В 88.
2. Нетушил А.В. Расчет потенциальных полей // Тр. МЭИ. 1952. Т.9. С. II - 25.
3. Джекора А.А. Расчет емкости датчика с симметричной системой плоских ленточных электродов в случае контроля гетерогенных сред/ Ред. журн. ВесцI АкадемII навук БССР. Сер. фІз.-тэхн. навук. Мн., 1989. Деп. в ВИНИТИ 20.02.89, № I099 - В 89.
4. Курбатов В.М., Пресняков Ю.П. Емкость конденсатора с электродами гребенчатой формы // Электричество. 1975. № 6. С. 84 - 86.
5. Расторгуева Е.А. Полевой датчик // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. 1983. № I. С. 73 - 77.

6. Разумова Е.А. Растворгусев А.К. Трехслойный электро-
статический датчик параметров текстильной промышленности //
Там же. 1987. № 2. С. 73 - 78.

УДК 621.317

Г.П.Рыжков

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ЕМКОСТИ В НАПРЯЖЕНИЕ

Емкостные первичные преобразователи широко используются в современных приборах и системах контроля технологических параметров производственных процессов. Поскольку полезный сигнал этих устройств (изменение емкости в зависимости от изменения контролируемого параметра) имеет, как правило, незначительную величину, весьма актуальной остается задача разработки простых, надежных, высокочувствительных преобразователей емкости в напряжение. Один из вариантов решения этой задачи - диодно-емкостный измерительный преобразователь (рис. I).

Рассмотрим работу данного преобразователя. Во время положительной полуволны переменного напряжения U генератора через измерительный конденсатор $C_{изм\ 2}$ протекает ток, обусловленный параметрами образцовых резистора R_o и конденсатора C_o (путь прохождения тока: генератор - $C_{изм\ 2}$ - открытый диод D_3 - параллельно включенные R_o и C_o - генератор). Через измерительный конденсатор $C_{изм\ 1}$ протекает ток, обусловленный параметрами исследуемых резистора R_i и конденсатора.

C_i (путь прохождения тока: генератор - $C_{изм\ 1}$ - открытый диод D_2 - параллельно включенные R_i и C_i - генератор). Во время отрицательной полуволны через измерительный конденсатор $C_{изм\ 2}$ протекает ток, обусловленный параметрами исследуемых резистора R_i и конденсатора C_i (путь прохождения тока: генератор - параллельно включенные R_i и C_i - открытый диод D_i - $C_{изм\ 2}$ - генератор). Через измерительный конденсатор $C_{изм\ 1}$ протекает ток, обусловленный параметрами образцовых резистора и конденсатора (путь прохождения тока: генератор - параллельно включенные R_o и C_o - открытый