УДК 517.925

Студ.: Мачихо А.А., Маркевич Е.А., Назаренко Е.В., доц. Денисов В.С.

СУЩЕСТВОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛОВ СИСТЕМ, ОБОБЩАЮЩИХ СИСТЕМУ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Рассматривается система дифференциальных уравнений (1)

$\dot{x} = Ay^5 + By + f(x),\ \dot{y} = g(x),\ A > 0,\ B > 0$ (1). При $A=0, B=1$ получаем систему нелинейных колебаний. Система при выполнении обобщенных условий Гурвица $xf(x) < 0,\ xg(x) < 0,\ f(0) = g(0) = 0$ (2) не имеет предельных циклов. Обозначим $V(x,y) = Ay^6/6 + By^2/2 + G(x), \quad G(x) = \int\limits_0^x -g(s)ds$ (3).

Теорема 1. Если выполнены условия (2) и (3) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} G(x) = +\infty$, то семейство кривых *V=C* есть топографическая система Пуанкаре.

Доказательство следует из вида ординат кривых уровня

$$y = \pm\sqrt{\sqrt[3]{G(C-G(x))/A + \sqrt{Q(x)}} + \sqrt[3]{G(C-G(x))/A - \sqrt{Q(x)}}},$$

где $Q(x) = B^3/A^3 + 36(C-G(x))^2/A^2$.

Теорема 2. При выполнении условий (2) и (3) система (1) не имеет предельных циклов.

Пусть $M = \max|f(x)|$ при $0 \le x \le x_3$, $\varphi(x) = \int\limits_0^x -g(s)f(s)ds$, *d* - действительный корень уравнения $Ay^5 + By - \gamma M = 0$.

Теорема 3. Если выполненные условия: I. Функции $f(x)$ и $g(x)$ - нечетные;

II. $\exists\, x_1,\ x_3$, такие, что $f(0) = g(0) = f(x_1) = f(x_3) = 0$, $f(x) < 0$ на $(0; x_1)$, $f(x) > 0$ на $(x_1; x_3)$; $g(x) < 0$ на $(0;\infty)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} G(x) = +\infty$; III. $\exists\gamma > 1$, $\exists x_2 \in (x_1, x_3)$ такие, что выполнены неравенства $\phi(x_2) \ge 2\phi(x_1)/(1-\gamma)$,

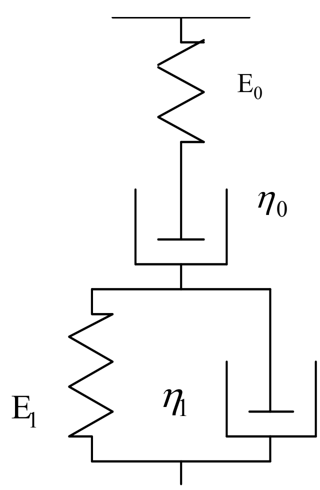
$G(x_3) - G(x_2) \ge Ad^6/6 + Bd^2/2 + 2Md$, то система (1) в полосе $-x_3 \le x \le x_3$ имеет, по крайней мере, один неустойчивый предельный цикл.

УДК 685.34.017.3:51

Асп. Дмитриев А.П.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ВЕРХА ОБУВИ ПРИ ДВУХОСНОМ РАСТЯЖЕНИИ

При деформации материалов двухосным растяжением при формовании заготовки верха обуви в большинстве случаев различают три вида деформации: высокоэластическую, упругую и остаточную. Создаваемое приложением внешних сил, внутреннее напряжение σ сочетает все эти виды деформации и является упруго-вязкой реакцией структуры материала. Механическая модель реакции материала представлена на рисунке, где E_o и η_o выражают упругую и остаточную



(ε_0) (звено Максвелла), а E_1 и η_1- высокоэластичную (ε_1) деформации (звено Кельвина-Фойгта). Звенья описываются уравнениями: $\frac{1}{E_0}\cdot\frac{d\sigma}{dt}+\frac{\sigma}{\eta_o}=\frac{d\varepsilon}{dt}$ (1) и $\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{E_1}{\eta_1}\cdot\varepsilon_1=\frac{\sigma}{\eta_1}$ (2). Учитывая(1,2) и что $\varepsilon_1=\varepsilon-\varepsilon_0$ после дифференцирования получаем:

$$\frac{d^2\sigma}{dt^2}+((\frac{E_0}{\eta_0}+\frac{E_0}{\eta_1})+\frac{E_1}{\eta_1})\cdot\frac{d\sigma}{dt}+\frac{E_0\cdot E_1}{\eta\cdot\eta_{10}}\cdot\sigma=E_0\cdot\frac{d^2\varepsilon}{dt^2}+\frac{E_0\cdot E_1}{\eta_1}\cdot\frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3).$$

Если $\sigma=\sigma_0$, то (3) принимает вид: $E_0\cdot\frac{d^2\varepsilon}{dt^2}+\frac{E_0\cdot E_1}{\eta_1}\cdot\frac{d\varepsilon}{dt}-\frac{E_0\cdot E_1}{\eta_0\cdot\eta_1}\cdot\sigma_0=0$ (4) с учётом начальных условий решение (4): $\varepsilon=\frac{\sigma_0}{E_0}+\frac{\sigma_0}{E_1}-\frac{\sigma_0}{E_1}\cdot e^{-\frac{E_1}{\eta_1}\cdot t}+\frac{\sigma_0}{\eta_0}\cdot t$.

Список использованных источников

1. Кравченко, А. Д. Элементы деформации и редеформации кожи при двухмерном растяжении / А. Д. Кравченко // Известия вузов. - 1972. - №2.

УДК 517.951

Студ. Мисурагина И.В.,
проф. Трубников Ю.В.,
ст. преп. Трубникова Н.Е.

К ВОПРОСУ О РЕЗОНАНСНОСТИ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Дифференциальные уравнения движения системы взаимно притягивающихся материальных точек с массами $m_i\left(i=1,2,...,n\right)$ имеют вид:

$$m_i\ddot{x}_i=\frac{\partial U}{\partial x_i},\ m_i\ddot{y}_i=\frac{\partial U}{\partial y_i},\ m_i\ddot{z}_i=\frac{\partial U}{\partial z_i}\ \left(i=1,2,...,n\right),$$

где функция U, называемая силовой функцией системы, определяется равенством

$$U=\frac{1}{2}f\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}\frac{m_i m_j}{\varDelta_{ij}}\quad\left(i\neq j\right),$$

в котором f – гравитационная постоянная,

$$\varDelta_{ij}=\varDelta_{ji}=\sqrt{\left(x_j-x_i\right)^2+\left(y_j-y_i\right)^2+\left(z_j-z_i\right)^2}.$$

Аппроксимация силовой функции U ([1], с. 137) многочленами наилучшего приближения в чебышевской метрике позволяет вычислить теоретические значения