УДК 512. 542.

Студ. Козлов А.К.,
ст. преп. Коваленко А.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ОТ СВОЙСТВА КОММУТАТИВНОСТИ В ПРОИЗВОЛЬНЫХ ГРУППАХ

В данной работе проводится исследование групп в зависимости от свойства коммутативности. Произвольная группа может сильно отличаться по своим свойствам от числовых групп. Это отличие связано со свойством коммутативности. Отклонение от коммутативности измеряется центром и коммутантом группы. Чем больше центр и чем меньше коммутант заданной группы, тем больше она обладает свойством коммутативности.

В работе рассматриваются симметричные группы S_n (группы всех подстановок n – ой степени) и группы A_n всех четных подстановок. Группы S_2 и A_3 очевидным образом обладают свойством коммутативности, а, следовательно, совпадают с центром. Любая нетождественная подстановка из группы S_n раскладывается на независимые циклы $(ij...)(...)...$. Но тогда она не является перестановочной с транспозицией, имеющей вид (jk), если $n\geq 3$, а также с тройным циклом, который имеет вид (jkl), если $n\geq 4$. Следовательно, группа S_n при условии $n\geq 3$ и группа A_n при условии $n\geq 4$ имеют тривиальный центр.

Непосредственной проверкой убеждаемся, что коммутанты $[S_2,S_2]$ и $[A_3,A_3]$ равны 1. Далее $[A_4,A_4]=\{1,(12)(34),(13)(24),(14)(23)\}$. Правая часть является нормальной подгруппой в группе A_4. Так как A_n порождается всевозможными тройными циклами, то для включения $\subseteq$, ввиду коммутаторных отношений и нормальности правой части достаточно проверить, что коммутаторы от тройных циклов лежат в правой части. Это следует из соотношений, $[(ijk),(ijl)]=(ij)(kl)$ и $[(ijk),(ilj)]=(il)(jk)$. Эти соотношения доказывают обратное включение. Но тогда $[S_n,S_n]=A_n$ при любом n, а коммутатор $[A_n,A_n]=A_n$, если $n\geq 5$. Действительно, коммутатор любых двух подстановок из группы S_n есть четная подстановка, а, следовательно, лежит в группе A_n. С другой стороны $(ijk)=[(ik),(ij)]=[(ikl),(ijm)]$, то есть группа A_n порождается тройными циклами.

УДК 517.925

студ. Назаренко Е.В.,
Гусакова Е.В.,
Брумин А.А., доц. Денисов В.С.

СУЩЕСТВОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОГО ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ ЛЬЕНАРА

Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\dot{x}=Ay+B\sqrt[3]{y}+f(x)\,,\ \dot{y}=g(x)\,,\ A>0,\ B>0 \qquad (1)$$

Обозначим: $G(x)=\int_0^x g(s)ds$; $V(x,y)=\dfrac{Ay^2}{2}+\dfrac{3B\sqrt[3]{y^4}}{4}+G(x)$

Изучены свойства кривых уровня V=C. Доказывается отсутствие предельных циклов системы (1) при выполнении обобщенных условий Гурвица. Найдены условия существования неустойчивого предельного цикла.