Сенсоры IDS обладают рядом достоинств. Во-первых, позволяют определять ε_r согласно классическому выражению для плоского конденсатора, во-вторых, за счет охранных электродов и щита Фарадея снизить соотношение сигнал-шум, убрать паразитные емкости, в-третьих, минимизировать размеры индикаторов качества масел и осуществлять удаленный мониторинг.

УДК 512. 542

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОДКЛАССОВ КОНЕЧНЫХ НИЛЬПОТЕНТНЫХ ГРУПП

Коваленко А. В., ст. преп., Нычков Е. Д., студ.
Витебский государственный технологический университет
г. Витебск, Республика Беларусь

Важным источником нильпотентных групп являются конечные p-группы. Покажем, что любая конечная p-группа G является нильпотентной. Произвольный элемент группы G является центральным тогда и только тогда, когда он составляет полный класс сопряжённых элементов. Так как

$$|a^G| = |G:N_G(a)|,$$

то мощности c_i классов сопряжённых элементов группы G являются степенями числа p. Единица составляет полный класс сопряжённых элементов. Следовательно, по крайней мере, одно из чисел c_i равно единице. Но их сумма $\sum c_i = |G|$ делится на p, поэтому ещё несколько чисел c_i должны равняться единице. Таким образом, группа G имеет нетривиальный центр Z_1. По той же причине фактор-группа G/Z_1 имеет нетривиальный центр Z_2/Z_1 и так далее. Это означает, что достаточно большой гиперцентр группы G совпадает с самой группой G. Таким образом, доказано, что любая конечная p-группа G является нильпотентной группой.

Пусть p – простое число. В данной работе показываем, что существуют только две неизоморфные группы порядка p^2: Z_{p2} и $Z_p \times Z_p$. Также существует пять неизоморфных групп порядка p^3: три абелевые и две неабелевые группы. Абелевые группы: Z_{p3}, $Z_{p2} \times Z_p$ и $Z_p \times Z_p \times Z_p$. Неабелевые группы: при значении $p = 2$ это группа диэдра

$$(x; y|x^4 = 1, y^2 = 1, yxy = x^{-1})$$

и группа кватернионов

$$(x; y|x^4 = 1, y^2 = x^2, y^{-1} xy = x^{-1}),$$

а при значении $p > 2$ – группы

$$(x; y|x^{p2} = 1, \ y^p = 1, y^{-1} xy = x^{1+p}),$$

$$(x ;y; z|x^p = 1, y^p = 1, z^p = 1, [x; y] = z, [x; z] = [y; z] =1).$$

Пусть H_1 и H_2 являются нильпотентными нееденичными группами. Каждое из этих сплетений является нильпотентным тогда и только тогда, когда H_1 и H_2 являются p-группами, причём группа H_1 имеет конечный период, а группа H_2 является конечной.

Бесконечные p-группы в общем случае не являются нильпотентными. Например, прямое сплетение любой нетривиальной p-группы с бесконечной p-группой является p-группой без центра, то есть группа не является нильпотентной. Например, группа $C_{p\infty} \times C_{p\infty}$.

Рассмотрим поле P положительной характеристики p и группу $UT_w(P)$ бесконечных матриц над полем P, у которых строки и столбцы занумерованы натуральными числами. По главной диагонали матриц стоят единицы, под главной диагональю все элементы равны нулю, а над главной диагональю лишь конечное число элементов отлично от нуля. Тогда группа $UT_w(P)$ является p-группой без центра, то есть эта группа также не является нильпотентной.

УДК 519.6

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИИ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ СТРУНЫ «СШИВКОЙ» ПО ХАРАКТЕРИСТИКЕ

Никонова Т.В., к.-ф.м.н., доц., Цинк М.Ю., студ., Филимоненко К.А. студ.
Витебский государственный технологический университет
г. Витебск, Республика Беларусь

Рассмотрим решение задачи о колебании полубесконечной струны

$$\begin{cases} u_{tt} = 9u_{xx} + 8\sin t\cos x,\ t>0,\ x>0, \\ u\big|_{t=0} = x^3 + x, \quad u_t\big|_{t=0} = -9x^2 + \cos x, \\ (u_x - u)\big|_{x=0} = 2 + 3t - \sin t. \end{cases} \tag{1}$$

Так как

$$\square\ \sin t\cos x = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 9\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\sin t\cos x = 8\sin t\cos x, \tag{2}$$

где □ – волновой оператор, то свободный член уравнения (1) является собственным вектором оператора (2) и частное решение (1) $u_{\text{частн}} = sintcosx$. Решение задачи (1) будем искать в виде [1]:

$$u(x, t) = f(x + 3t) + g(x - 3t) + sintcosx, \tag{3}$$

где $x = \pm 3t$ – характеристики, $f(x, t)$, $g(x, t)$ – неизвестные функции, подлежащие определению.

Рассмотрение заданных начальных условий $(t = 0)$ приводит к системе уравнений для функций $f(x)$ и $g(x)$:

$$f(x) + g(x) = x^3 + x,\ \ f'(x) - g'(x) = -3x^2 + x,\ \ x \geq 0. \tag{4}$$