

## ОЦЕНКА МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ИХ ГЕТЕРОГЕННОСТИ

А. А. Кузнецов, В. И. Ольшанский, Е. И. Махаринский

*Витебский государственный технологический университет*

В работе на основе метода имитационного моделирования испытания на растяжение проведены аналитические исследования по влиянию гетерогенности механических свойств текстильных материалов на полуцикловые характеристики. Проведен анализ результатов совместного влияния наиболее значимых нестабильностей на предел прочности и относительное удлинение при разрыве. Разработана обобщенная математическая модель, описывающая влияние различных вариаций по механическим свойствам на полуцикловые характеристики текстильных материалов.

Одной из важнейших характеристик качества текстильных нитей и волокон при полуцикловых испытаниях на растяжение является кривая «удлинение-нагрузка» (в дальнейшем кривая растяжения), позволяющая проводить анализ поведения волокон и нитей под действием непрерывно увеличивающихся с постоянной скоростью удлинения или силы [1]. В зависимости от механических свойств материала при постоянных условиях проведения испытания они могут иметь самую разнообразную форму. Многие исследования качества текстильных материалов основаны на математическом моделировании процесса растяжения. Так, например, для описания процесса растяжения нескрученных комплексных нитей или нитей с небольшой круткой была предложена математическая модель следующего вида [2]:

$$P_0 = A_0 + B_0 \cdot \xi, \quad (1)$$

где  $P_0$  – относительная нагрузка нити [Н/текст];  $\xi$  – относительное удлинение [%];  $A_0$ ,  $B_0$  – некоторые постоянные коэффициенты, характеризующие форму кривой растяжения волокон данного вида;

В работе [3] исследование механических свойств высокообъемных эластичных нитей проводилось на основе применения следующей математической модели кривой растяжения:

$$P = C \cdot l^{C_1}, \quad (2)$$

где  $C$  – постоянная модели, характеризующая упругие свойства нити;  $l$  – абсолютное удлинение;  $C_1$  – постоянная, которая обычно колеблется в пределах 1,92 - 2,02.

Но следует отметить, что предлагаемые математические модели для описания кривых растяжения верны только для конкретных случаев (постоянных видах волокон и нитей, условий проведения испытания и т.д.). Таким образом, в качестве недостатка математического моделирования, как метода исследования процесса растяжения, следует отнести отсутствие универсальной математической модели, способной описать процесс растяжения практически любых видов нитей (волокон). К недостаткам известных математических моделей можно также отнести отсутствие физической сущности некоторых параметров. Например, в модели (1) и (2) входят некоторые постоянные (например  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_1$ ), происхождение которых неизвестно, как неизвестна также их

физическая сущность. Также при математическом моделировании совершенно не учитывается явление упрочнения нитей (волокон) при растяжении.

С целью исключения вышеизложенных недостатков, повышения информативности разрушающих полуцикловых испытаний на растяжение и на основе анализа многообразия форм кривых растяжения, для оценки механических свойств текстильных нитей и волокон авторами данной работы была предложена [4] универсальная математическая модель кривой растяжения, следующего вида:

$$\sigma = \frac{\xi}{b_0 + b_1 \cdot \xi} + b_2 \cdot \xi^2, \quad (3)$$

где  $\sigma$  – напряжение, возникающее при растяжении [Па];  $\xi$  – относительное удлинение [%];  $b_0, b_1, b_2$  – параметры модели, которые характеризуют упругие, пластические свойства текстильных материалов и эффект деформационного упрочнения при растяжении.

На основе анализа процесса деформирования и разрушения нити параметры модели (3) определяются следующими соотношениями:

$$b_0 = \frac{\xi_p}{\sigma_y}, \quad b_1 = \frac{1}{\sigma_n} - \frac{1}{\sigma_y}, \quad b_2 = \frac{\sigma_p - \sigma_n}{\xi_p^2}, \quad (4)$$

где  $\sigma_y$  – условный предел упругости нити;  $\sigma_n$  – условный предел пластичности;  $\sigma_p - \sigma_n = \sigma_{упр}$  – условный предел упрочнения нити при растяжении.

Вследствие того, что известные методы определения параметров модели типа (3) требуют продолжительных экспериментальных исследований, а практическое их применение ограничено значением параметров, которые лежат вне области действительных чисел, разработана комплексная методика оценки параметров универсальной математической модели по результатам кратковременных испытаний [3].

Текстильные материалы (нити, волокна), как и практически любую продукцию текстильной промышленности, вследствие многообразия и многосвязанности отношений между их компонентами, сложности поведения под действием внешних факторов и условий окружающей среды, необходимо рассматривать как сложную техническую систему, обладающую продольной неравномерностью не только строения, но и механических свойств.

При исследовании влияния гетерогенности механических свойств на среднее значение предела прочности  $\bar{\sigma}_p$  были поставлены следующие задачи:

1. проведение комплексного анализа влияния различных нестабильностей по механическим свойствам одиночной нити на предел прочности; выделение наиболее значимых, с точки зрения влияния на среднее значение предела прочности  $\bar{\sigma}_p$ , вариаций по механическим свойствам;
2. проведение анализа результатов совместного влияния наиболее значимых нестабильностей на среднее значение предела прочности  $\bar{\sigma}_p$ ;
3. разработка обобщенной математической модели, описывающей влияние различных вариаций по механическим свойствам на предел прочности  $\bar{\sigma}_p$  одиночной нити.

Исследование влияния гетерогенности механических свойств и строения на механические свойства текстильных материалов осуществлялось на основе имитационного моделирования процесса полуциклового испытания на растяжение. При этом была выдвинута гипотеза о том, что объект исследования можно представить структурно в виде  $N$  последовательно соединенных участков (элементов) длиной  $\Delta L_i$ . При этом каждый  $i$ -тый участок нити имеет не только различную линейную плотность  $T_i$ , но и различные параметры модели  $b_{0i}, b_{1i}, b_{2i}$  (3), которые характеризуют упругие, пластические и упрочняющие свойства одиночной нити.

Предложенная универсальная модель растяжения (3) текстильных волокон и нитей, а также предложенные допущения позволяют определить значение напряжения  $\sigma_i$  для

каждого  $i$ -того сечения одиночной нити при известном значении относительной деформации  $\xi_i$ . Умножив правую и левую части равенства (3) на площадь  $i$ -го сечения нити  $F_i = T_i / \gamma$ , где  $\gamma$  - плотность вещества нити, получим

$$\xi_i = \frac{\gamma P}{T_i \left( \frac{1}{b_{0i} + b_{1i} \xi_i} + b_{2i} \xi_i \right)}, \quad (5)$$

где  $P$  - текущее значение силы растяжения.

Данное уравнение легко решается методом итераций.

Параметры уравнения (5) для  $i$ -го участка нити определяются, согласно их физическому смыслу, исходя из соотношений (4).

Таким образом, случайными характеристиками  $i$ -го элемента волокна (нити) будут являться значения  $\sigma_{yi}$ ,  $\sigma_{pi}$ ,  $\sigma_{ri}$ ,  $\xi_{ri}$ ,  $T_i$ ,  $\Delta L_i$ , которые распределены согласно выбранному закону распределения. Для учета влияния нестабильности явления упрочнения генератор случайных чисел генерирует значение  $\Delta \sigma_i = (\sigma_p - \sigma_n)_i$ , а значение  $\sigma_{ri}$ , определяется из следующего выражения:  $\sigma_{ri} = \Delta \sigma_i - \sigma_{pi}$ . Для каждого участка данные характеристики определяются на основе соответствующего генератора случайных чисел и далее остаются постоянными в течение всего цикла моделирования.

Имитационное моделирование эксперимента состоит из  $q$  этапов, на каждом из которых последовательно повышается на величину  $\Delta P$  значение растягивающей силы. Тогда на  $j$ -ом этапе значение растягивающей силы:  $P_j = j \cdot \Delta P$ .

Затем, согласно модели (5), на  $j$ -м этапе для каждого  $i$ -го участка определяются значения относительного удлинения  $\xi_{ij}$  и напряжения  $\sigma_{ij}$ :

$$\sigma_{ij} = P_j \cdot \frac{\gamma}{T_i}, \quad (6)$$

А абсолютные удлинения каждого элемента  $l_{ij}$  и всей нити  $l_j$  на  $j$ -м этапе моделирования будут определяться следующими соотношениями:

$$l_{ij} = \xi_{ij} \cdot \Delta L_i, \quad l_j = \sum_{i=1}^N l_{ij}. \quad (7)$$

Тогда среднее значение относительного удлинения нити  $\xi_j$  на  $j$ -м этапе моделирования будет определяться следующим соотношением:

$$\xi_j = \frac{l_j}{\sum_{i=1}^N \Delta L_i}. \quad (8)$$

Нить считается разорванной в том случае, когда выполняется одно из неравенств:  $\xi_{ij} \geq \xi_{ri}$  либо  $\sigma_{ij} \geq \sigma_{ri}$ .

Имитационное моделирование на основе вышеизложенного алгоритма позволяет построить кривые растяжения нити в координатах  $P_j - l_j$  или  $\sigma_j - \xi_j$  с учётом продольной гетерогенности, а также определить влияние продольной гетерогенности на параметры данной кривой.

В качестве объекта исследования было введено понятие «синтезированной» нити. Под «синтезированной» в дальнейшем будет пониматься реальная одиночная нить, при полуцикловом испытании на растяжение которой проявляются наиболее общие свойства, определяемые параметрами математической модели (3). Кривая растяжения «синтезированной» нити в координатах «напряжение  $\sigma$  - относительное удлинение  $\xi$ » (при отсутствии гетерогенности механических свойств) представлена на рис.1. В результате проведенного обобщения и математического описания процесса

растяжения одиночной нити, в качестве исходных были выбраны следующие средние значения параметров «синтезированной» нити: условный предел упругости  $\bar{\sigma}_y = 500 \cdot 10^7$  Па; условный предел пластичности  $\bar{\sigma}_n = 20 \cdot 10^7$  Па; условного предела упрочнения  $\bar{\Delta\sigma} = 30 \cdot 10^7$  Па; относительное разрывное удлинение  $\bar{\xi}_p = 50\%$ ; линейная плотность  $\bar{T} = 100$  текс. При этом плотность вещества нити принималась равной  $\gamma = 100$  кг/м<sup>3</sup>, зажимная длина  $L_0 = 0.5$  м, средний шаг неравномерности  $q = 50$ , а величина приращения растягивающей силы  $dP$  составляла 1 Н.

При проведении имитационного моделирования было принято допущение о том, что параметры «синтезированной» одиночной нити, характеризующие деформационные и прочностные свойства являются независимыми случайными величинами, которые подчиняются задаваемому закону распределения.

Некоторые результаты имитационного моделирования испытания на растяжение одиночного волокна (нити) с продольной гетерогенностью представлены на рис.2 - 5. На данных рисунках отражено влияние нестабильности характеристик участков волокна на форму и параметры кривой «относительное удлинение  $\xi$  - напряжение  $\sigma$ ». На рис.2, 3. отображено влияние нестабильности отдельных параметров, соответственно: предела прочности  $\sigma$  и линейной плотности  $T$ . Значения коэффициентов вариации данных параметров принимали значения: 1 - 0%, 2 - 5%, 3 - 15%, 4 - 30%.

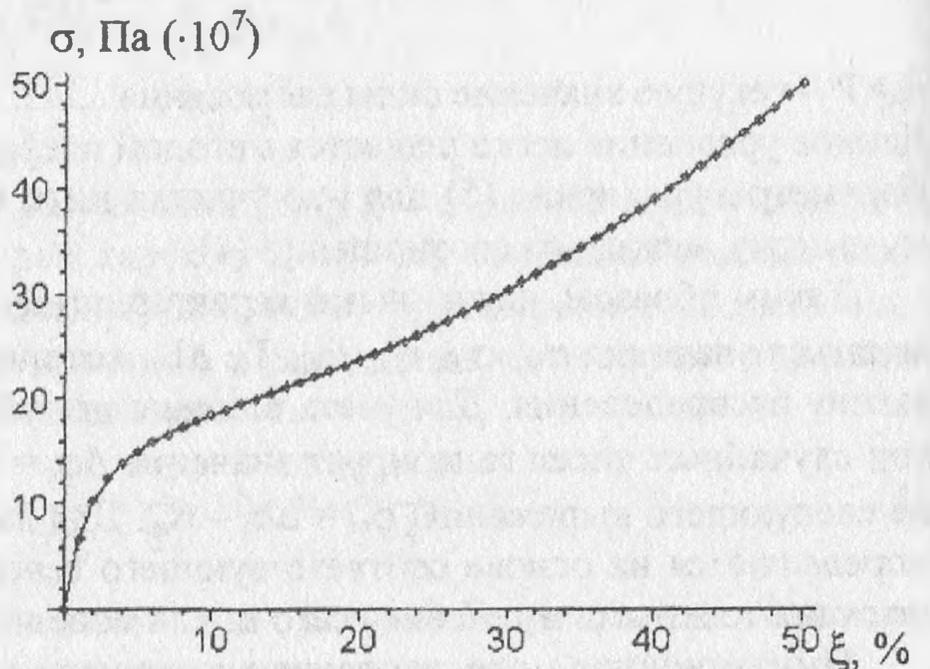


Рис.1. Кривая растяжения «напряжение  $\sigma$  - относительное удлинение  $\xi$ » для «синтезированной» нити при отсутствии вариаций по механическим свойствам.

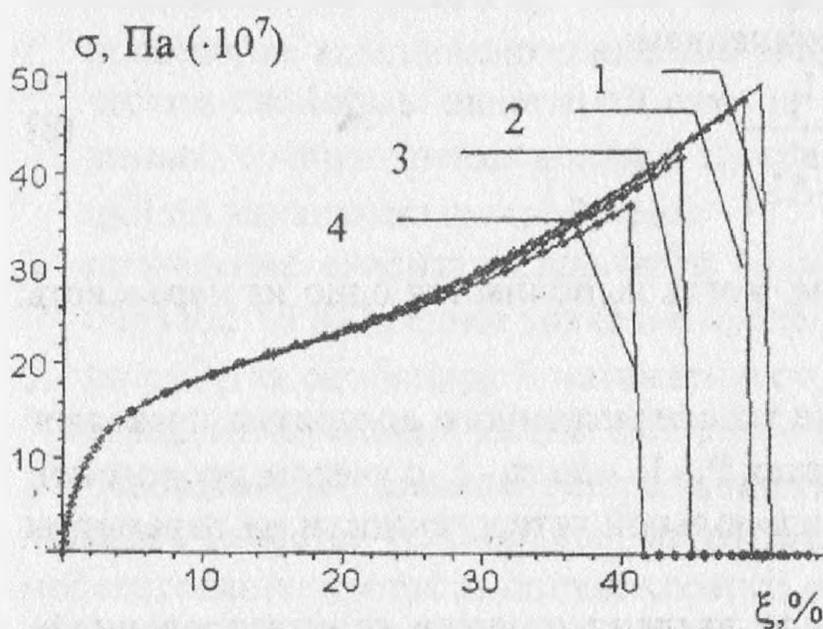


Рис.2. Влияние неравномерности предела прочности  $\sigma_p$  по длине нити на характеристики кривой «относительное удлинение - напряжение» 1 -  $C_{\sigma_p} = 0\%$ ; 2 -  $C_{\sigma_p} = 5\%$ ; 3 -  $C_{\sigma_p} = 15\%$ ; 4 -  $C_{\sigma_p} = 30\%$ .

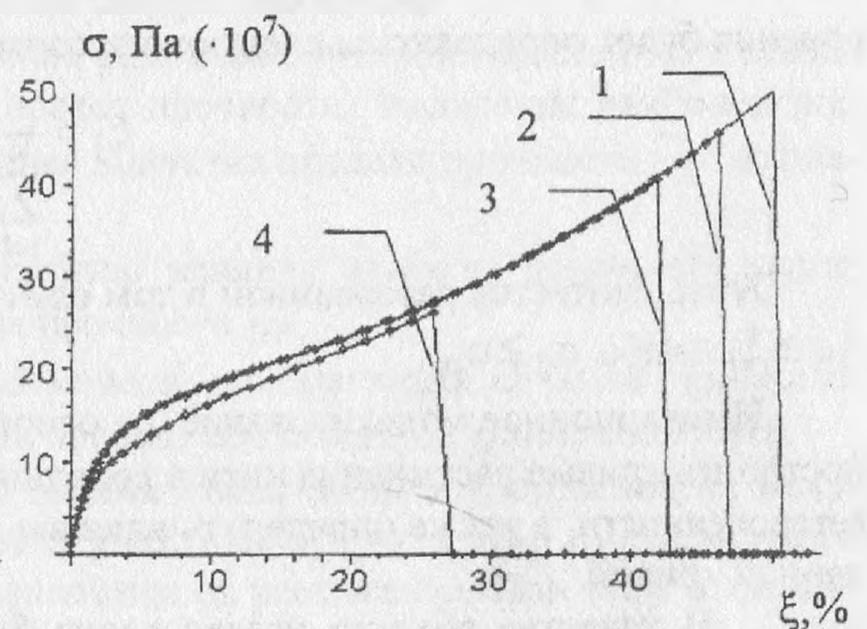


Рис.3. Влияние неравномерности линейной плотности  $T$  по длине нити на характеристики кривой «относительное удлинение - напряжение» 1 -  $C_T = 0\%$ ; 2 -  $C_T = 5\%$ ; 3 -  $C_T = 15\%$ ; 4 -  $C_T = 30\%$ .

Анализ зависимостей, представленных на данных рисунках, указывает на то, что увеличение коэффициента вариации параметра волокна (нити) приводит к уменьшению его предела прочности  $\sigma_p$  и относительного разрывного удлинения  $\xi_p$ . Исключение составляет влияние коэффициента вариации относительного удлинения при разрыве  $C_{\xi_p}$  на участках волокна. В данном случае предел прочности волокна практически не изменяется, а его относительное разрывное удлинение  $\xi_p$  изменяется незначительно (в пределах  $\pm 3\%$ ) и хаотически.

По степени влияния нестабильности характеристик волокна по его длине на относительное удлинение при разрыве  $\xi_p$  последние располагаются в следующем порядке: линейная плотность  $T$ , условный предел пластичности  $\sigma_n$ , предел прочности  $\sigma_p$ , а по степени влияния на предел прочности  $\sigma_p$  волокна они располагаются в следующем порядке:  $T$ ,  $\sigma_p$ ,  $\sigma_n$ .

На рис.4,5 отображено влияние одновременной нестабильности характеристик элементов волокна на форму и параметры кривой растяжения. Характер влияния по сравнению с влиянием одного параметра не изменяется. Однако влияние отдельных параметров при их случайном одновременном изменении не суммируется.

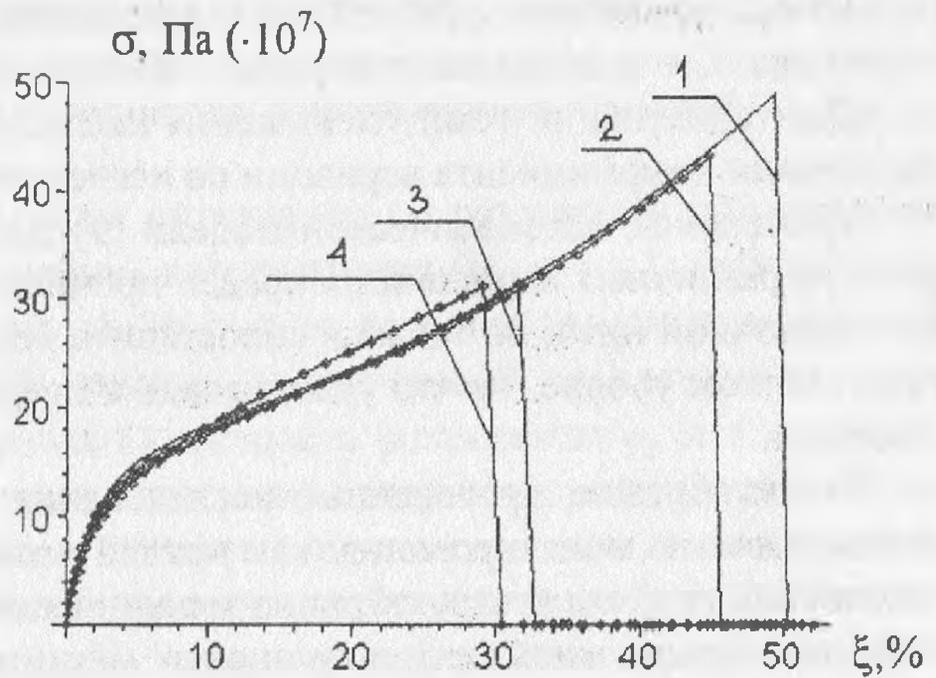
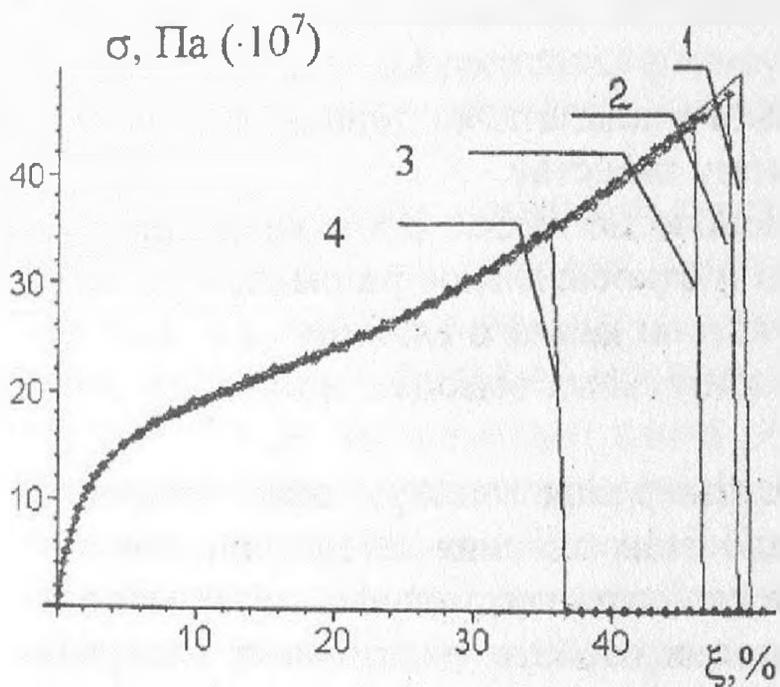


Рис.4. Совместное влияние неравномерностей разрывного удлинения  $\xi_p$  и предела прочности  $\sigma_p$  по длине нити на характеристики кривой «относительное удлинение-напряжение»:

1-  $C_{\sigma_p}, C_{\xi_p} = 0\%$ ; 2-  $C_{\sigma_p}, C_{\xi_p} = 5\%$ ;  
3-  $C_{\sigma_p}, C_{\xi_p} = 15\%$ ; 4-  $C_{\sigma_p}, C_{\xi_p} = 30\%$ .

Рис.5. Совместное влияние неравномерностей разрывного удлинения  $\xi_p$ , предела прочности  $\sigma_p$ , линейной плотности  $T$ , условного предела пластичности  $\sigma_n$  и условного предела упругости  $\sigma_y$  по длине нити на характеристики кривой «относительное удлинение-напряжение»:

1-  $C_{\sigma_p}, C_{\xi_p}, C_{\sigma_n}, C_T, C_{\sigma_y} = 0\%$ ; 2-  $C_{\sigma_p}, C_{\xi_p}, C_{\sigma_n}, C_T, C_{\sigma_y} = 5\%$ ; 3-  $C_{\sigma_p}, C_{\xi_p}, C_{\sigma_n}, C_T, C_{\sigma_y} = 15\%$ ; 4-  $C_{\sigma_p}, C_{\xi_p}, C_{\sigma_n}, C_T, C_{\sigma_y} = 30\%$ .

При проведении имитационного моделирования испытаний было отмечено, что на реализацию значения исследуемого показателя качества существенное влияние оказывают не только исходные параметры модели, но и факторы, характеризующие условия проведения исследований. К таким факторам следует отнести следующие: вид сеанса моделирования (единичный или групповой), количество разбиений одиночной нити, значение приращения растягивающей силы и т.д., результатом воздействия которых является значительный расброс реализации предела прочности и относительного разрывного удлинения. Вследствие этого, исследуемый при моделировании показатель качества (предел прочности, относительное разрывное удлинение) можно рассматривать, как некоторую случайную функцию  $X(C)$  от вариации по выбранному механическо-

му свойству  $C$ . Это позволит произвести количественную оценку влияния различных вариаций по механическим свойствам нити на результат моделирования, а также уменьшить разброс реализации исследуемого показателя качества одиночной нити.

После представления функции  $^{(s)}X(C)$  в структурном виде и анализа реализации, выбор методики выделения функции тренда исследуемого показателя качества осуществлялся на основе анализа задач, решаемых в ходе проведения исследований. Применение полной системы ортогональных функций для выделения тренда параметра не позволяет сопоставлять результаты, полученные в результате моделирования, по причине того, что полиномиальные коэффициенты не обладают информативностью о физической сущности испытания. Вследствие этого, на основании анализа реализаций  $^{(1)}X(C_j)$ , полученных на основе разработанной имитационной модели и представленных на рис.2.-5., для аналитического описания функции тренда параметра при наличии различных вариаций была предложена обобщенная математическая модель следующего вида:

$$\eta_X(C_j) = \bar{X}_0 \cdot \exp[-K_X \cdot C_j], \quad (9)$$

где  $\eta_X(C_j)$  – функция тренда исследуемого показателя;  $\bar{X}(C \rightarrow 0) = \bar{X}_0$  – среднее значение показателя при отсутствии гетерогенности механических свойств и структуры;  $C$  – коэффициент вариации по исследуемому свойству;  $K_X$  – параметр модели, характеризующий темп уменьшения исследуемого показателя одиночной нити при увеличении коэффициента вариации по исследуемому свойству.

Применение математической модели (9) позволило не только достоверно описать влияние различных вариаций на предел прочности и относительное разрывное удлинение одиночной нити, но также и сопоставить результаты данного влияния не только на качественном уровне, на что указывалось в предварительных выводах, но и на количественном.

Таким образом, проведенные исследования подтвердили высокую эффективность имитационного моделирования, как метода исследования влияния гетерогенности механических свойств и структуры на механические свойства текстильных материалов и позволяет предложить методику оценки механических свойств текстильных материалов по результатам кратковременных испытаний. Применение выше предложенной методики позволит снизить уровень материальных и временных затрат при проведении испытаний текстильных материалов при их сертификации.

### Список литературы

1. Кукин Г.К., Соловьев А.Н., Кобляков А.И. Текстильное материаловедение (волокна и нити). М.: Легпромбытгиздат, 1989.-271 с.
2. Корицкий К.И. Инженерное проектирование текстильных материалов. М., Легкая индустрия, 1971.-352 с.
3. Ю.А.Мазов. Упругие свойства высокообъемных эластичных нитей. /В сб. Механические свойства и износостойкость текстильных материалов/ Доклады VII Всесоюзной научной конференции по текстильному материаловедению. Вильнюс-Каунас, 1971, С. 81-84 с.
4. Е.И.Махаринский, В.И.Ольшанский, А.А.Кузнецов Исследование механических свойств текстильных материалов на основе математического моделирования процесса растяжения./ Тезисы докладов международной научно-технической конференции «Современные наукоемкие технологии и перспективные материалы текстильной и легкой промышленности» (ПРОГРЕСС-2000). Иваново, ИГТА - 2000.