Значение ΔC будет:

$$\Delta C = \Delta S2\,, \qquad (9)$$

а размер C:

$$C = B - S2 \pm \Delta S2 = B - S2 \pm \Delta C\,; \qquad (10)$$

Размер $D$ и его погрешность $\Delta D$ будет зависеть только от погрешности сборочного устройства $\Delta P$ и погрешности ориентировки деталей $\Delta\alpha$ :

$$\Delta D = \Delta P + \Delta\alpha\,, \qquad (11)$$

Погрешность ориентировки $\Delta\alpha$ будет равна:

$$\Delta\alpha = \alpha \times S2 = \alpha \times S3\,; \qquad (12)$$

где $\alpha$ – угол отклонения ориентировки деталей относительно базовой, рад.

Погрешность будет равна:

$$\Delta D = \Delta\alpha\,. \qquad (13)$$

Суммарная погрешность сборки для первого варианта сборки:

$$\Delta = \sqrt{\Delta C + \Delta D} =$$

$$= \sqrt{\Delta A + \Delta S2/2 + \Delta S3/2 + \Delta E + \Delta L1 + \Delta Li + \alpha \times Si}\,. \qquad (14)$$

где $\Delta Li$ – погрешность изготовления $i$-й детали по высоте;

$\Delta Si$ – погрешность на ширину $i$-й детали.

Суммарная погрешность второго варианта сборки:

$$\Delta = \sqrt{\Delta S2 + \alpha \times Si}\,. \qquad (15)$$

Проведя сравнения двух способов, мы установили, что суммарная погрешность сборки для первого способа превышает погрешность второго способа. Также первый способ есть нетехнологичный как в плане базировки, так и в плане выполнения самого процесса сборки. Во втором способе суммарная погрешность сборки равна погрешности исполнения одной из деталей. Поэтому мы остановили свой выбор именно на втором способе базировки деталей ЗВО. По нашему мнению, использование данного способа, с отсчётом координат с угла деталей, позволит более точно выполнять операцию сборки деталей в изделие и поддерживать качество готового изделия на постоянно высоком уровне.

**Библиографический список**


1. Тонковид, Л.А. Автоматизация сборочных процессов в обувном производстве / Л.А. Тонковид. – К. : Техніка, 1984. – 248 с.
2. Майдан, П.С. Проектирование и разработка приспособления для автоматизации процесса сборки деталей верха обуви / П.С. Майдан // Новое в технике и технологии текстильной и лёгкой промышленности : материалы Междунар. науч. конф. / УО «ВГТУ». – Витебск : УО «ВГТУ», 2009.



УДК 685.34:519.87



А.А. Кузнецов, Е.А. Шеремет


## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ ВЕРХА ОБУВИ ПРИ ПОЛУЦИКЛОВОМ ИСПЫТАНИИ НА РАСТЯЖЕНИЕ

Применяемые для оценки качества обувных материалов полуцикловые и одноцикловые характеристики растяжения применяются часто и раскрывают особенности механических свойств обувных материалов. Наиболее распространённым является испытание материалов на растяжение. Это объясняется, во-первых, тем, что многие материалы формуются в процессах производства растяжением и поэтому их способность к такой деформации в значительной степени определяет их технологические свойства. Во-вторых, при носке обуви материалы подвергаются повторным растяжениям и от того, как они реагируют на повторные растяжения, в значительной степени зависит их качество. В-третьих, качество многих листовых и рулонных материалов оценивают показателями, полученными при испытании их на растяжение до разрыва.

Важнейшей характеристикой качества обувных кож при полуцикловых испытаниях на растяжение является кривая «удлинение – нагрузка» (в дальнейшем «диаграмма растяжения»). Диаграмма растяжения позволяет проводить анализ поведения обувных кож под действием непрерывно увеличивающегося с постоянной скоростью удлинения или силы.

При построении этих диаграмм пользуются двумя способами. В литературных источниках, относящихся к кожевенному производству, по оси абсцисс откладывают величину напряжения, а по оси ординат – величину деформации. В литературе по высокомолекулярным веществам величина деформации откладывается по оси абсцисс.

В зависимости от физико-механических свойств материала, диаграмма растяжения может иметь разнообразную форму.

С целью повышения информативности разрушающих полуцикловых испытаний на растяжение и снижения временных затрат, для описания диаграмм растяжения в координатах «напряжение σ – относительное удлинение ε» предлагается универсальная математическая модель, следующего вида:

$$\sigma = \frac{\varepsilon}{b_0 + b_1 \cdot \varepsilon} + b_2 \cdot \varepsilon^2\,, \qquad (1)$$

где $\sigma$ – напряжение, возникающее при растяжении кожи, Па;

$\varepsilon$ – относительное удлинение, %;

$b_0$, $b_1$, $b_2$ – некоторые параметры модели.

Физический смысл параметров $b_0$, $b_1$, и $b_2$ определяется из следующих соображений. Тангенс угла $\alpha$ касательной к кривой растяжения (рис. 1) в начале координат характеризует упругие свойства кожи.

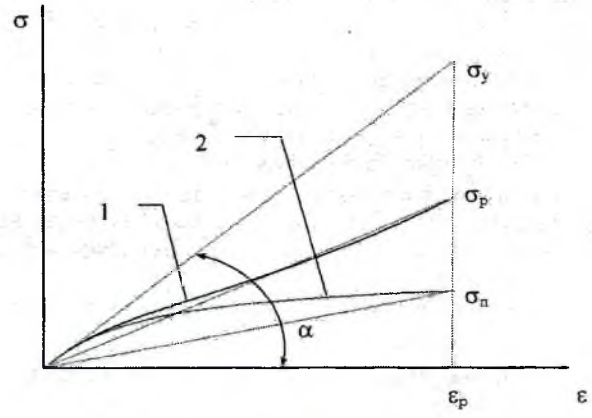


Рис. 1. Схематическое представление диаграммы растяжения:
1 – реальная кривая «напряжение – относительное удлинение»; 2 – условная кривая для абсолютно неупрочняющегося материала

С одной стороны, для нахождения тангенса угла $\alpha$ касательной к кривой растяжения продифференцируем выражение (1) по $\varepsilon$ и устремим $\varepsilon$ к нулю:

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon}=\frac{1}{b_0+b_1\cdot\varepsilon}-\frac{b_1\cdot\varepsilon}{(b_0+b_1\cdot\varepsilon)^2}+2\cdot b_2\cdot\varepsilon,$$

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}\frac{1}{b_0}. \qquad (2)$$

С другой стороны, из геометрических соображений (рис. 1) можно записать:

$$\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sigma_y}{\varepsilon_p}, \qquad (3)$$

где $\sigma_y$ – условный предел упругости или напряжение, при котором произошло бы разрушение абсолютно упругой кожи, Па;

$\varepsilon_p$ – относительное разрывное удлинение, %.

Следовательно:

$$b_0=\frac{\varepsilon_p}{\sigma_y}=\frac{1}{E_y}, \qquad (4)$$

где $E_y$ – условный модуль упругости, Па.

Таким образом, параметр $b_0$ модели (1) имеет размерность [(Па)$^{-1}$] и характеризует упругие свойства кожи при растяжении.

В модели (1) параметр $b_2$ характеризует упрочняющие свойства кожи при растяжении. Если бы кожа растягивалась без упрочнения, то параметр $b_2$ следовало бы принять равным 0 (рис. 1, кривая 2), а разрушение кожи происходило бы при напряжении $\sigma_n$, которое можно назвать условным пределом пластичности.

Тогда

$$\sigma_n=\frac{\varepsilon_p}{b_0+b_1\cdot\varepsilon_p}. \qquad (5)$$

При подстановке выражения (4) в (5) появляется возможность определения параметра $b_1$:

$$\sigma_n=\frac{\varepsilon_p}{\frac{\varepsilon_p}{\sigma_y}+b_1\cdot\varepsilon_p}, \qquad (6)$$

$$b_1=\frac{1}{\sigma_n}-\frac{1}{\sigma_y}. \qquad (7)$$

Следовательно, параметр $b_1$ имеет размерность, аналогичную параметру $b_0$, и характеризует пластические свойства кожи при растяжении.

Если подставить в модель (1) значение $\varepsilon_p$, значения параметров $b_0$ и $b_1$, согласно выражениям (4) и (7), то параметр $b_2$ определяется следующим соотношением:

$$b_2=\frac{\sigma_p-\sigma_n}{\varepsilon_p^2}=\frac{\Delta\sigma_{упр}}{\varepsilon_p^2}, \qquad (8)$$

где $\Delta\sigma_{упр}$ – условный предел упрочнения кожи, Па.

На рис. 2 представлены зависимости, построенные на основе математической модели (1).

Как следует из рис. 2, в зависимости от параметров $b_0$, $b_1$, $b_2$, которые характеризуют упругие, пластические и упрочняющие свойства кож, кривые растяжения могут принимать различные формы.

Таким образом, предложенные математическая модель (1) является универсальной и повышает информативность полуциклового испытания на растяжение.

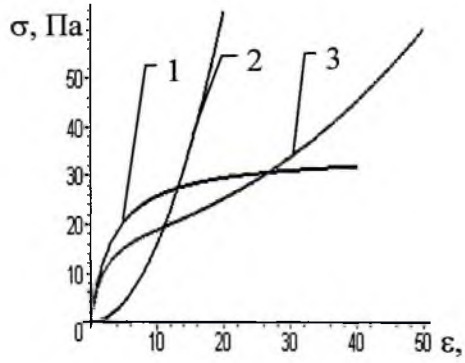


Рис. 2. Кривые растяжения, построенные по модели (3.1) при следующих параметрах: 1–$b_0$=0,1 Па$^{-1}$, $b_1$=0,03 Па$^{-1}$, $b_2$=0 Па; 2– $b_0$=0 Па$^{-1}$, $b_1$=0 Па$^{-1}$, $b_2$=0,16 Па; 3 – $b_0$=0,1 Па$^{-1}$, $b_1$=0.05 Па$^{-1}$, $b_2$=0,016 Па

Параметры математической модели (1), необходимые для практического использования данной зависимости, предлагается определять по результатам кратковременных испытаний. При использовании разрывной машины, появляется возможность получения массива координат диаграммы растяжения [$P_i$, $\varepsilon_i$] $i$=1...$n$, где $n$ – размер полученного массива диаграммы растяжения.

На основе постоянства объёма испытуемого образца кожи значение напряжения $\sigma_i$, возникающее при растяжении, определили соотношением:

$$\sigma_i=\frac{P_i(1+\varepsilon_i)}{L_i\cdot H_i},$$

где $P_i$ – текущее значение растягивающей силы, Н;

$\varepsilon_i$ – текущее значение относительного удлинения, %;

$L_i$ – ширина исследуемого образца кожи, м;

$H_i$ – толщина исследуемого образца кожи, м.

Известные методы определения параметров не пригодны для модели типа (1). Вследствие этого, предлагается комбинированная методика оценки параметров математической модели (1), получившая название метода движения к оптимуму с постепенно уменьшающимся шагом.

Схема алгоритма методики оценки параметров математической модели представлена на рисунке 3. Методика состоит из целого ряда формализованных шагов.

Модель (1) преобразуется к линейному виду:

$$Z_i=b_0+b_1\cdot\varepsilon_i, \qquad (10)$$

где

$$Z_i=\frac{\varepsilon_i}{\sigma_i-b_2\cdot\varepsilon_i^2}. \qquad (11)$$

На начальном этапе ($j$ = 0) предполагается, что параметр $b_{2(0)}$ = 0. Следовательно, на основе соотношения (10), появляется возможность определения величины $Z_i$ на начальном этапе $Z_{i(j)}$.

Далее, на основе метода наименьших квадратов определяются значения параметров $b_{0(j)}$ и $b_{1(j)}$:

$$b_{0j}=\frac{C_j\cdot B-A\cdot D_j}{n\cdot B-A^2}, \qquad (12)$$

$$b_{1j}=\frac{n\cdot D_j-A\cdot C_j}{n\cdot B-A^2}, \qquad (13)$$

где величины $A$, $B$, $C_j$, $D_j$ определяются на основе следующих соотношений:

$$A=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i;\quad B=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2;\quad C_j=\sum_{i=1}^{n}Z_{ij};\quad D_j=\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i\cdot Z_{ij}. \qquad (14)$$

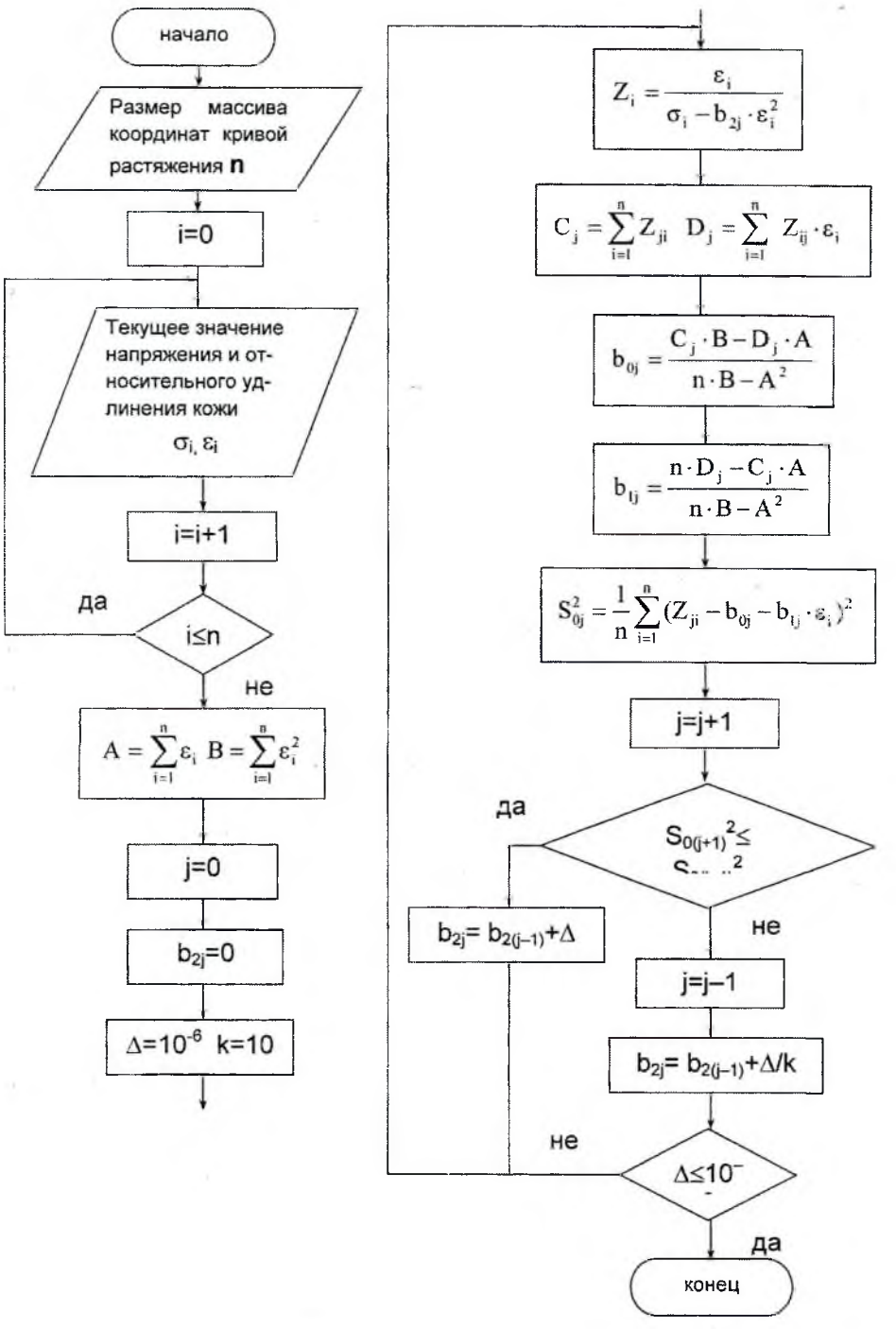


Рис. 3. Схема алгоритма методики оценки параметров математической модели

На каждом шаге оценки параметров определяется величина остаточной дисперсии $S_{0(j)}^2$:

$$S_{0(j)}^2=\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(Z_{i(j)}-b_{0(j)}-b_{1(j)}\cdot\varepsilon_i)^2 \qquad (15)$$

Далее, создавая приращение значению $b_{2(j+1)}$ по закону:

$$b_{2(j+1)}=b_{2(j)}+\Delta,$$

где Δ – задаваемый шаг приращения, происходит повторение операций (10)–(15).

Цикл увеличения значений $b_2$ продолжается до тех пор, пока остаточная дисперсия будет уменьшаться ($S_{0(j+1)}^2 < S_{0(j)}^2$). По достижении минимума остаточной дисперсии $S_{0(j)}^2$ ($S_{0(j+1)}^2 > S_{0(j)}^2$) выполняется шаг назад, и поиск продолжается с шагом в $k$ раз меньшим ($\Delta = \Delta / k$).

Критерием окончания поиска является уменьшение шага до заранее достаточно малого заданного значения (например, $\Delta < 10^{-5}$). Параметры $b_0$, $b_1$, $b_2$ математической модели (1) вычислялись на основе применения разработанной методики, представлены в таблице.

**Исходные данные для вычисления параметров $b_0$, $b_1$, $b_2$ математической модели (1)**

| Наименование исследуемых образцов | Параметры математической модели | | | Среднее значение остаточной дисперсии $S_0^2$ |
|---|---|---|---|---|
| | $b_0$, Па$^{-1}$, ($10^{-7}$) | $b_1$, Па$^{-1}$, ($10^{-7}$) | $b_2$, Па, ($10^{-7}$) | |
| Искусственная кожа на тканой | 0,147 | 0,002 | 0,169 | $1{,}7\cdot10^{-4}$ |
| Искусственная кожа на нетканой основе | 0,290 | 0 | 0,119 | $2{,}1\cdot10^{-4}$ |
| Искусственная кожа на трикотажной основе | 0,356 | 0 | 0,046 | $0{,}9\cdot10^{-5}$ |

Среднее значение остаточной дисперсии $S_0^2$ незначительно, следовательно, можно утверждать о достоверности математической модели (1) при описании процесса растяжения исследуемых материалов.

УДК 685.3.03.

Т.А. Москалец, Е.В. Черных

## ИССЛЕДОВАНИЕ АДГЕЗИОННОЙ СПОСОБНОСТИ ОБУВНЫХ КАРТОНОВ ДЛЯ ЗАДНИКОВ (Сообщение 4)

Одним из факторов, определяющих прочность склеивания кожкартонных задников с материалом заготовки верха обуви, является применяемый адгезив, его химическая природа и способность взаимодействовать со склеиваевыми материалами.

Данная работа посвящена изучению адгезионных и деформационно-прочностных свойств проклеивающей полимерной поливинилацетатной дисперсии (ПВАД), пластифицированной дибутилфталатом (ДБФ) в количестве 2, 5, 7 % на абсолютно сухой остаток дисперсии. Пластифицирование ПВАД ДБФ рассматривается как один из вариантов улучшения смачивающей способности кожкартонных задников и, соответственно, повышению их прочности склеивания с заготовкой верха обуви.

Исследование адгезионных свойств исходной и пластифицированной ПВАД проводилось косвенным методом по изменению краевого угла смачивания ($\theta$). Эксперимент проводился с использованием образцов картона отечественного и импортного производства. Краевой угол смачивания определяли по известной методике [1] с последующим расчётом работы смачивания

$$W_{см} = \sigma \cdot \cos\theta,$$

где $\sigma$ – поверхностное натяжение полимерной дисперсии, мДж/м$^2$; $\theta$ – краевой угол смачивания, град.

Поверхностную активность дисперсии оценивали по работе адгезии ($W_а$), соответствующей работе, затрачиваемой на разрыв межфазного натяжения и приходящейся на единицу площади. Работу адгезии рассчитывали по уравнению Дюпре- Юнга [2]:

$$W_a = \sigma \cdot (1 + \cos\theta)$$

Поверхностное натяжение полимерной дисперсии определяли сталагмометрическим методом [1].

Работу когезии рассчитывали по формуле:

$$W_к = 2 \cdot \sigma$$

Результаты эксперимента приведены в таблице.

Определение деформационно-прочностных свойств пленок, полученных из исходной и пластифицированной ДБФ ПВАД, проводилось согласно ГОСТам 14236–81 и 11262–80.

**Адгезионные свойства ПВАД**

| Наименование картона | Содержание ДБФ, % | Краевой угол $\theta$, град | Поверхностное натяжение $\sigma$, мДж/м$^2$ | Работа когезии $W_к$, мДж/м$^2$ | Работа адгезии $W_{ад}$, мДж/м$^2$ | Работа смачивания $W_{см}$, мДж/м$^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| отечественный | - | 85 | 75 | 150 | 81,54 | 6,54 |
| импортный | | 75 | | | 94,41 | 19,4 |
| отечественный | 2 | 85,6 | 72,8 | 144,6 | 81,4 | 6,4 |
| импортный | | 72,8 | | | 98,10 | 23,1 |
| отечественный | 5 | 87,3 | 71,9 | 144 | 78,99 | 3,99 |
| импортный | | 71,9 | | | 99,35 | 24,35 |
| отечественный | 7 | 87,0 | 71,6 | 143,4 | 78,92 | 3,92 |
| импортный | | 71,3 | | | 99,29 | 24,29 |

Результаты представлены на рисунке 1.

Заключительным этапом исследования было определение прочности склеивания системы «кожа-ПВАД-кожкартон». Результаты эксперимента приведены на рисунке 2.

На основании результатов исследования установлено, что отечественный картон имеет шероховатую гидрофильную поверхность, обладающую меньшей смачивающей способностью ($\theta$ = 85°, $W_{см}$ = 6,54 мДж/м$^2$, $W_{ад}$ = 81,54 мДж/м$^2$). Дисперсия хуже растекается по его поверхности, капля «как бы проваливается». Вероятно, это является следствием диффузии, что подтверждает несколько большая прочность склеивания отечественного картона (рис. 2).

Поверхность импортного картона плотная, вощеная, гидрофобная. Дисперсия лучше растекается по гладкой поверхности ($\theta$ = 75°), труднее проникает в структуру материала. Показатели адгезионных свойств дисперсии увеличиваются ($W_{см}$ = 19,4 мДж/м$^2$, $W_{ад}$ = 94,4 мДж/м$^2$) за счёт гидрофобного взаимодействия между поверхностью картона и дисперсией.