

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УСЛОВИЙ ПРОВЕДЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ НА ПРОЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Е.И.Махаринский, В.И.Ольшанский, А.А.Кузнецов

Витебский государственный технологический университет

На основе метода имитационного моделирования полуциклового испытания на растяжение проведены аналитические исследования влияния зажимной длины на разрывную нагрузку текстильных материалов. На основе проведенных исследований предложена методика определения и прогнозирования зависимости зажимной (испытуемой) длины образца на разрывную нагрузку текстильных нитей (волокон) по результатам кратковременных испытаний.

При проведении испытаний текстильных материалов по различным показателям, характеризующим их свойства (прочностные, деформационные, и т.п.), наблюдается определенный разброс получаемых значений. Этот факт является результатом воздействия большого количества как внешних, зависящих от условий проведения испытаний (зажимная (испытуемая) длина образца L_0 , скорость растяжения v_p и т.д.), так и внутренних (присущих материалу) факторов, многие из которых не поддаются количественному учету или контролю [1]. Следует отметить, что текстильные волокна (нити) обычно имеют как разброс показателей механических свойств в группе испытываемых образцов, так и продольную неравномерность механических свойств в каждом из образцов, обусловленную строением текстильных материалов. Следствием такого строения волокон и нитей, как показали результаты экспериментальных исследований [2], является существенная зависимость средней по группе образцов разрывной нагрузки \bar{P}_p от их зажимной длины L_0 . От L_0 зависит также и стандартное отклонение σ_p по разрывной нагрузке. С увеличением зажимной длины L_0 значения \bar{P}_p и σ_p уменьшаются.

Попытки теоретической интерпретации наблюдаемой зависимости между \bar{P}_p (σ_p) и L_0 были предприняты Пирсом (Peirce. E.) и Спенсер-Смитом (Spenser-Smith. I.) [2] на основании гипотезы "слабого звена" (weak-link). Предполагалось, что каждый j -ый образец нити можно представить как некоторую цепь, состоящую из последовательно соединенных участков разной длины L_{ij} и прочности P_{rij} , где i -изменяется от 1 до n (число элементов вдоль волокна), j изменяется от 1 до m (число образцов в испытываемой партии). Пирсом были получены следующие математические модели:

$$\bar{P}_p(n) = \bar{P}_p(1) + 4,2(1 - n^{0,2})\sigma_p(1); \quad (1)$$

$$\sigma_p(n) = \sigma_p(1)n^{0,2}; \quad (2)$$

где $\bar{P}_p(n)$, $\sigma_p(n)$ – среднее значение разрывной нагрузки и стандартное отклонение для образцов, состоящих из n участков; $\bar{P}_p(1)$, $\sigma_p(1)$ – среднее значение разрывной нагрузки и стандартное отклонение для образцов, состоящих из одного участка, прочность которого по длине постоянна.

Эти модели были получены при следующих предположениях: длина элементов L_{ij} постоянна и равна L_0/n , распределение $\bar{P}_p(1)$ – нормальное, прочность соседних участков не коррелирована. Экспериментальные исследования [2] показали существенное расхождение данных опытов с результатами расчёта по модели Пирса.

Спенсер-Смит усовершенствовал теорию Пирса, учитывая корреляцию прочностей зон, отстоящих друг от друга на расстоянии $i \cdot L_0/n$. Однако использование модели Спенсер-Смита затруднено, так как многие её параметры необходимо определять экспериментально.

Целью проводимых исследований являлась разработка научно-обоснованной методики оценки и прогнозирования зависимости разрывной нагрузки текстильных нитей (волокон) от зажимной длины образца по результатам кратковременных испытаний.

Авторами работы для решения данной задачи предлагается использовать метод имитационного моделирования испытаний, применение которого дает возможность представить изучаемый процесс (явление) в целом, найти общие закономерности, сделать определенные выводы относительно его физической сущности, а также значительно снизить уровень временных и материальных затрат.

С помощью программы, реализованной в среде "Maple V", сначала осуществлялось моделирование эксперимента по испытанию на разрыв партии из m образцов, состоящих из некоторого числа n структурных элементов и заданными значениями $\bar{P}_p(1)$ и $C_p(1)$. Закон распределения значений разрывной нагрузки был принят нормальным.

В результате имитационного моделирования авторами установлено, что распределения разрывной нагрузки $\bar{P}_p(n)$ не совпадает с задаваемым законом распределения $\bar{P}_p(1)$. Отмечается появление правой асимметрии (рис. 1.) и сдвига средней разрывной нагрузки в сторону меньших значений, что соответствует результатам работ [2, 3].

Для выявления влияния зажимной длины L_0 нити на среднее значение разрывной нагрузки \bar{P}_p проводилось моделирование таких же экспериментов, для волокон (нитей) с переменной зажимной длиной L_0 , которая считалась пропорциональной числу n участков цепи. Исходными данными при моделировании являлись: вид закона распределения разрывной нагрузки (нормальный, Вейбулла, произвольный, который численно задаётся гистограммой распределения), параметры закона распределения $\bar{P}_p(1)$ и $C(1)$, вид и параметры закона распределения числа участков цепи \bar{n} и C_n , число испытываемых образцов m .

Испытание на разрыв нити (волокна) осуществляется на основе имитационной модели в соответствии со следующим алгоритмом. Для каждого j -го образца генератор случайных чисел, по задаваемому закону распределения, генерирует значение p_j , кото-

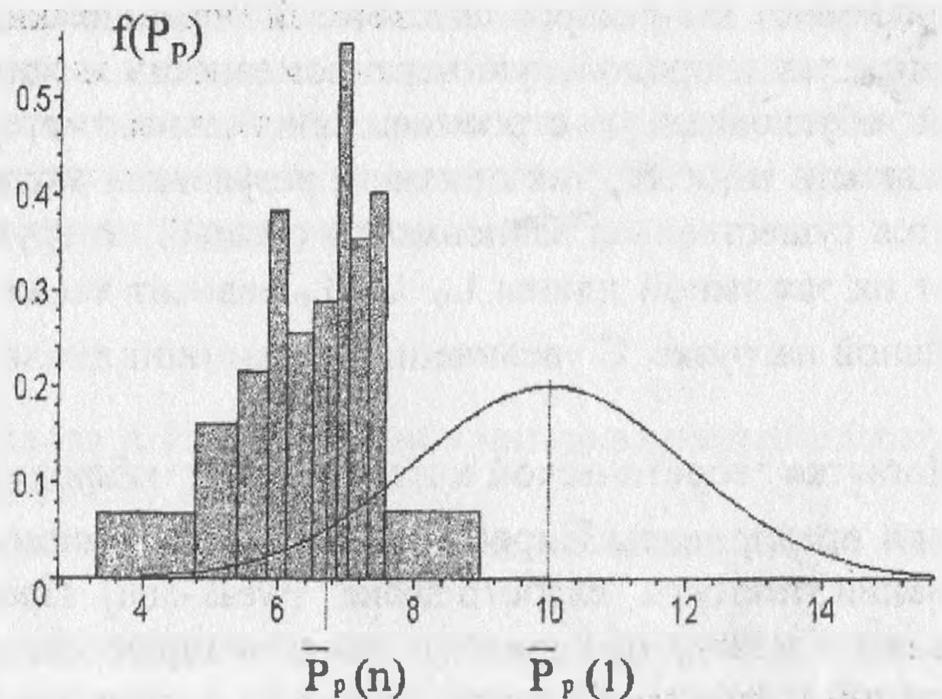


Рис.1. Гистограмма распределения значений $P_p(n)$ и плотность вероятности значений $P_p(1)$ для образцов с $\bar{n} = 15$, $M = 50$.

рое округляется до ближайшего целого числа. Затем в соответствии с принятыми параметрами законов распределения генерируются n_j значений R_{pji} , из которых выбирается наименьшее R_{pmin} . Данное значение считается разрывной нагрузкой для j -го образца.

Указанные действия повторяются для всех m образцов, и их результаты записываются в массив, который позволяет определить: среднее значение разрывной нагрузки \bar{R}_p , стандартное отклонение значений разрывной нагрузки σ_p , коэффициенты вариации и расброса по разрывной нагрузке C_p, dR_p . При моделировании испытания происходит закономерное увеличение среднего числа участков \bar{n} в исследуемом образце нити. Тогда для k -того этапа моделирования $n_k = 1 + k \cdot \delta$, где δ - шаг изменения n_k .

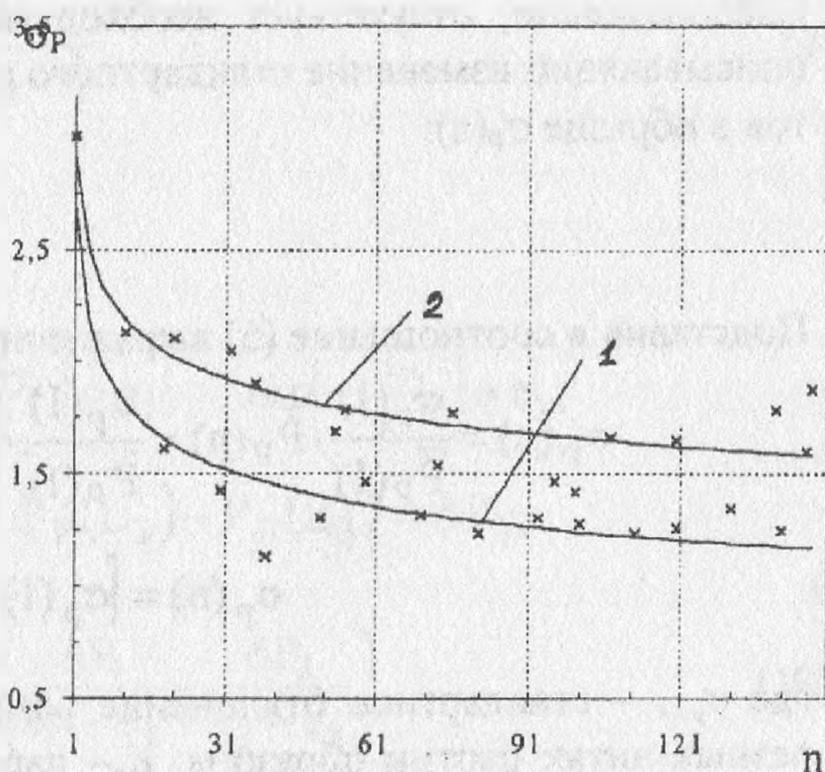
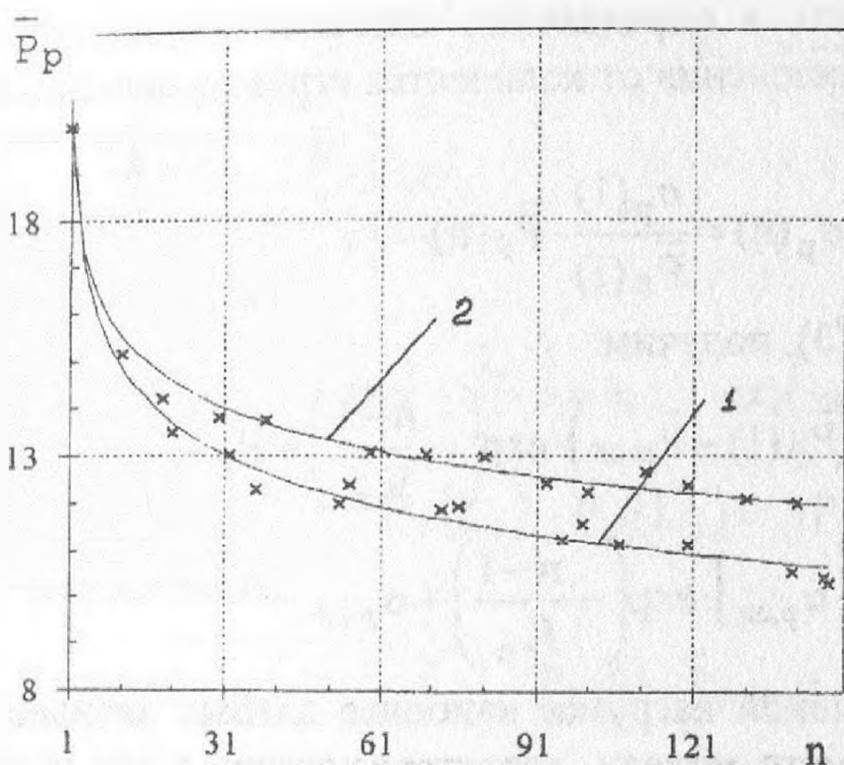


Рис.2. Зависимость \bar{R}_p от числа элементов n для различных законов распределения значений разрывной нагрузки. $R_p(1) = 20, C_p = 15\%, M = 50$. (1- нормальное, 2- Вейбулла).

Рис.3. Зависимость σ_p по разрывной нагрузке от n для различных законов распределения значений разрывной нагрузки. $R_p(1) = 20, C_p = 15\%, M = 50$. (1- нормальное, 2- Вейбулла).

Некоторые результаты имитационного моделирования представлены на рис.2, 3. Анализ зависимостей, приведенных на этих рисунках, позволяет сделать следующие предварительные выводы.

1. При увеличении числа участков n среднее значение разрывной нагрузки \bar{R}_p и ее стандартное отклонение σ_p закономерно уменьшаются (рис.2, 3). Это объясняется тем, что при увеличении числа участков n увеличивается вероятность появления элемента нити с наиболее наименьшей разрывной нагрузкой. Расброс реализации относительно усредненной кривой можно объяснить ограниченностью выборки ($m=50$). Результаты моделирования влияния n на $\bar{R}_p(n)$ можно аппроксимировать следующей моделью:

$$\bar{R}_p(n) = (\bar{R}_p(1) - \bar{R}_{p,сл}) \cdot \exp\left(-\frac{n-1}{K_n}\right) + \bar{R}_{p,сл}, \quad (3)$$

где $\bar{R}_{p,сл}$ - средняя разрывная нагрузка наиболее слабых звеньев на разных нитях партии образцов, K_n - параметр модели, характеризующий темп уменьшения среднего значения разрывной нагрузки $\bar{R}_p(n)$ при увеличении n . Когда $n = K_n + 1$, то

$$\frac{\bar{P}_p(n) - \bar{P}_{p.сл}}{\bar{P}_p(1) - \bar{P}_{p.сл}} = 0,3678.$$

2. Темп уменьшения среднего значения разрывной нагрузки \bar{P}_p и ее стандартного отклонения σ_p увеличивается при увеличении исходного коэффициента вариации прочности образцов нити $C_p(1)$, состоящих из одного участка. Коэффициент вариации по разрывной нагрузке C_p при увеличении числа участков n остается практически постоянным. Расброс реализации относительно усредненной кривой можно объяснить ограниченностью выборки ($m=50$). Тогда

$$C_p(n) = C_p(1) = \left[\frac{\sigma_p(1)}{\bar{P}_p(1)} \right] \cdot 100\% = \left[\frac{\sigma_p(n)}{\bar{P}_p(n)} \right] \cdot 100\% \quad (4)$$

Следовательно, отсутствует необходимость в определении математической модели, описывающей изменение стандартного отклонения от количества структурных элементов в образце $\sigma_p(n)$:

$$\sigma_p(n) = \frac{\sigma_p(1)}{\bar{P}_p(1)} \cdot \bar{P}_p(n) \quad (5)$$

Подставив в соотношение (5) выражение (3), получим:

$$\sigma_p(n) = \frac{\sigma_p(1)}{\bar{P}_p(1)} \cdot \bar{P}_p(n) = \frac{\sigma_p(1)}{\bar{P}_p(1)} \cdot \left[(\bar{P}_p(1) - \bar{P}_{p.сл}) \cdot \exp\left(-\frac{n-1}{K_n}\right) + \bar{P}_{p.сл} \right]$$

$$\sigma_p(n) = [\sigma_p(1) - \sigma_{p.сл}] \cdot \exp\left(-\frac{n-1}{K_n}\right) + \sigma_{p.сл}, \quad (6)$$

где $\sigma_{p.сл}$ – стандартное отклонение разрывной нагрузки наиболее слабых звеньев на разных нитях партии образцов; K_n – параметр модели, характеризующий темп уменьшения стандартного отклонения $\sigma_p(n)$ при увеличении n .

3. Асимметрия закона распределения, отражающая смещение моды относительно среднего значения, существенно влияет на закономерность уменьшения среднего значения разрывной нагрузки \bar{P}_p и ее стандартного отклонения σ_p , которая наблюдается при увеличении числа элементов n (зажимной длины образцов). Смещение моды закона распределения в сторону больших значений разрывной нагрузки (закон распределения Вейбулла) приводит к ослаблению темпа уменьшения среднего значения разрывной нагрузки (рис.2.) и стандартного отклонения (рис.3.) по сравнению с симметричным (нормальным) распределением.

Так как зажимная длина L_0 пропорциональна n , то по аналогии с (3) можно записать:

$$\bar{P}_p(L_0) = (\bar{P}_p(0) - \bar{P}_{p.сл}) \cdot \exp\left(-\frac{L_0}{K_L}\right) + \bar{P}_{p.сл} \quad (7)$$

где $\bar{P}_{p.сл}$ – средняя разрывная нагрузка наиболее слабых звеньев на разных нитях партии образцов; $\bar{P}_p(L_0)$ – среднее значение разрывной нагрузки, как функции зажимной длины L_0 ; $\bar{P}_p(0)$ – среднее значение разрывной нагрузки в партии образцов, зажимная длина которой стремится к 0; K_L имеет тот же смысл, что и K_n .

Значение n неизвестно, но для практического использования модели (7) ее параметры следует определять экспериментально, испытав три партии нитей разной зажимной длины при условии, что разница ΔL между длинами будет постоянной. Предположим, что при трех зажимных длинах L_1, L_2 и L_3 ($L_3 - L_2 = L_2 - L_1 = \Delta L = \text{const}$) средние

значения разрывной нагрузки будут соответственно $\bar{P}_{p1}, \bar{P}_{p2}$ и \bar{P}_{p3} . Тогда на основании модели (7) можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \bar{P}_p(L_1) &= (\bar{P}_p(0) - \bar{P}_{p.сл}) \cdot \exp(-L_1/K_L) + \bar{P}_{p.сл}; \\ \bar{P}_p(L_2) &= (\bar{P}_p(0) - \bar{P}_{p.сл}) \cdot \exp(-L_2/K_L) + \bar{P}_{p.сл}; \\ \bar{P}_p(L_3) &= (\bar{P}_p(0) - \bar{P}_{p.сл}) \cdot \exp(-L_3/K_L) + \bar{P}_{p.сл}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

После преобразований получим:

$$\delta = \frac{\bar{P}_p(L_1) - \bar{P}_p(L_3)}{\bar{P}_p(L_2) - \bar{P}_p(L_3)} = \frac{\exp(2 \cdot \Delta L/K_L) - 1}{\exp(\Delta L/K_L) - 1} = \exp(\Delta L/K_L) + 1.$$

Из данного выражения следует:

$$K_L = \frac{\Delta L}{\ln(\delta - 1)} \quad (9)$$

где $\delta = \frac{\bar{P}_p(L_1) - \bar{P}_p(L_3)}{\bar{P}_p(L_2) - \bar{P}_p(L_3)}$.

Обозначив

$$\exp\left(-\frac{L_1}{K_L}\right) = e_1; \quad \exp\left(-\frac{L_2}{K_L}\right) = e_2; \quad \exp\left(-\frac{L_3}{K_L}\right) = e_3;$$

$$\bar{P}_p(L_1) - \bar{P}_p(L_3) = \Delta P_1; \quad \bar{P}_p(L_2) - \bar{P}_p(L_3) = \Delta P_2;$$

можно записать:

$$\bar{P}_p(0) - \bar{P}_{p.сл} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta P_1}{e_1 - e_3} + \frac{\Delta P_2}{e_2 - e_3} \right) \quad (10)$$

$$\bar{P}_{p.сл} = \frac{1}{3} \left[\bar{P}_p(L_1) + \bar{P}_p(L_2) + \bar{P}_p(L_3) - (\bar{P}_p(0) - \bar{P}_{p.сл})(e_1 + e_2 + e_3) \right] \quad (11)$$

Из этой системы можно определить выражения, определяющие параметры модели (7):

$$\bar{P}_{p.сл} = \frac{1}{3} \left[\sum \bar{P}_p - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta P_1}{e_1 - e_3} + \frac{\Delta P_2}{e_2 - e_3} \right) (e_1 + e_2 + e_3) \right] \quad (12)$$

$$\bar{P}_p(0) = \frac{1}{3} \sum \bar{P}_p + \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta P_1}{e_1 - e_3} + \frac{\Delta P_2}{e_2 - e_3} \right) (3 - e_1 - e_2 - e_3), \quad (13)$$

где $\sum \bar{P}_p = \bar{P}_p(L_1) + \bar{P}_p(L_2) + \bar{P}_p(L_3)$.

Таким образом, в результате относительно кратковременного эксперимента появляется возможность определения параметров модели (7), которая позволяет прогнозировать значение средней разрывной нагрузки для нити любой длины. На рис.4. представлена эмпирическая зависимость (кривая 1) разрывной нагрузки от зажимной длины полиэфирной пневмотекстурированной химической (ПТН) нити линейной плотности 125 текс. Приняв $L_1=0.05$ м., $L_2=0.25$ м. и $L_3=0.45$ м. в соответствии с выражениями (9), (12) и (13) были определены численные значения параметров модели (7): $K_L=0,3002$, $\bar{P}_p(0) = 50.178$ Н, $\bar{P}_{p.сл} = 41.193$ Н. При подставке численных значений данных параметров в модель (7), была получена зависимость среднего значения разрывной нагрузки \bar{P}_p от длины полиэфирной ПТН:

$$\bar{P}_p(L_0) = (50.178 - 41.193) \cdot \exp(-L_0/0.3002) + 41.193. \quad (15)$$

Зависимость $\bar{P}_p(L_0)$ представлена на рис.4 (кривая 2). На основе проведенного анализа полученных результатов остаточная дисперсия составляет 0.0129, максимальное отклонение - 2.7%, что указывает на высокую сходимость результатов, полученных на основе применения модели (7), и экспериментальных данных. Следует отметить, что метод имитационного моделирования позволяет также провести аналитические исследования по влиянию зажимной длины образца нити на относительной разрывное удлинение $\xi_p(L_0)$ на основе вышеизложенного подхода.

Проведенная проверка показывает, что предлагаемая методика определения зависимости разрывной нагрузки P_p нитей (волокон) от зажимной длины L_0 по результатам кратковременных испытаний, может быть рекомендована для практического использования.

Список литературы

1. Соловьев А.В., Кирюхин С.М. Оценка и прогнозирование качества текстильных материалов. М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.-181 с.
2. Мортон В.Е., Хёрл О.В. Механические свойства текстильных волокон. Перевод с английского. М.: Легкая индустрия, 1971.-181 с.
3. Перепелкин К.Е. Дефектность и технологическая работоспособность нитей – основные факторы стабильности процессов их получения и переработки. Вестник Московской государственной текстильной академии. Вып.1. М.:1994 г. С.139-151.

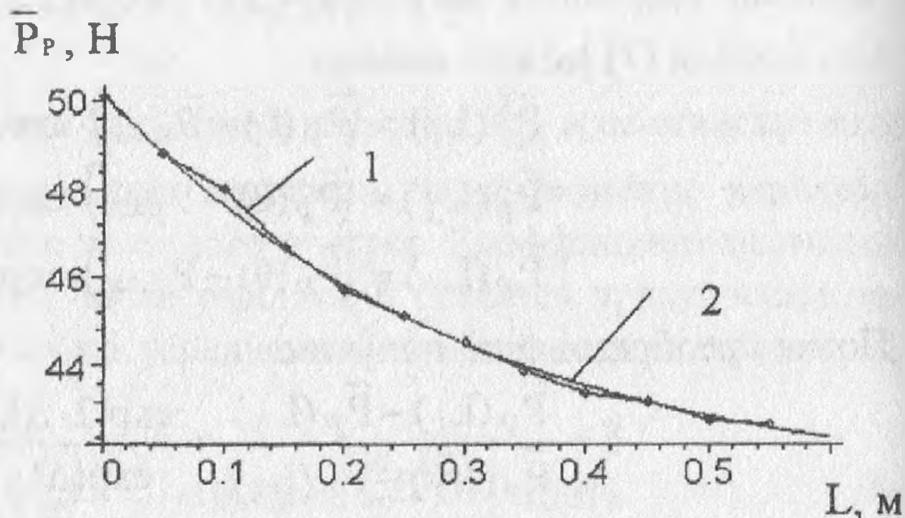


Рис.4. Зависимость среднего значения разрывной нагрузки полиэфирной ПТН P_p от зажимной длины L (1-экспериментальная зависимость, 2-расчетная кривая согласно модели (7)).