Пусть H_1 и H_2 являются нильпотентными неединичными группами. Каждое из этих сплетений является нильпотентным тогда и только тогда, когда H_1 и H_2 являются p-группами, причём группа H_1 имеет конечный период, а группа H_2 является конечной.

Бесконечные p-группы в общем случае не являются нильпотентными. Например, прямое сплетение любой нетривиальной p-группы с бесконечной p-группой является p-группой без центра, то есть группа не является нильпотентной. Например, группа $C_{p\infty} \times C_{p\infty}$.

Рассмотрим поле P положительной характеристики p и группу $UT_w(P)$ бесконечных матриц над полем P, у которых строки и столбцы занумерованы натуральными числами. По главной диагонали матриц стоят единицы, под главной диагональю все элементы равны нулю, а над главной диагональю лишь конечное число элементов отлично от нуля. Тогда группа $UT_w(P)$ является p-группой без центра, то есть эта группа также не является нильпотентной.

УДК 519.6

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О КОЛЕБАНИИ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ СТРУНЫ «СШИВКОЙ» ПО ХАРАКТЕРИСТИКЕ

Никонова Т.В., к.-ф.м.н., доц., Цинк М.Ю., студ., Филимоненко К.А. студ.
Витебский государственный технологический университет
г. Витебск, Республика Беларусь

Рассмотрим решение задачи о колебании полубесконечной струны

$$\begin{cases} u_{tt} = 9u_{xx} + 8\sin t\cos x,\ t>0,\ x>0, \\ u\big|_{t=0} = x^3 + x, \quad u_t\big|_{t=0} = -9x^2 + \cos x, \\ (u_x - u)\big|_{x=0} = 2 + 3t - \sin t. \end{cases} \tag{1}$$

Так как

$$\square\ \sin t\cos x = \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 9\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\sin t\cos x = 8\sin t\cos x, \tag{2}$$

где □ – волновой оператор, то свободный член уравнения (1) является собственным вектором оператора (2) и частное решение (1) $u_{\text{частн}} = \sin t\cos x$. Решение задачи (1) будем искать в виде [1]:

$$u(x,t) = f(x+3t) + g(x-3t) + \sin t\cos x, \tag{3}$$

где $x = \pm 3t$ – характеристики, $f(x,t)$, $g(x,t)$ – неизвестные функции, подлежащие определению.

Рассмотрение заданных начальных условий $(t = 0)$ приводит к системе уравнений для функций $f(x)$ и $g(x)$:

$$f(x) + g(x) = x^3 + x,\ \ f'(x) - g'(x) = -3x^2 + x,\ \ x \geq 0. \tag{4}$$

Решив систему (4) и подставив в (3), получаем решение задачи (1)

$$u(x,t)=\frac{x+3t}{2}+(x-3t)^3+\frac{x-3t}{2}+\sin t\cos x \tag{5}$$

для области, где $x + 3t \geq 0$, $x - 3t \geq 0$, $x \geq 0$, $t > 0$. Осталось определить $g(x - 3t)$ для $x - 3t \leq 0$, $x \geq 0$, $t > 0$.

Рассмотрение условия на крае $x = 0$ приводит к уравнению

$$f'(3t) + g'(-3t) - f(3t) - g(-3t) = 2 + 3t. \tag{6}$$

Отыскав решение (6), получим решение задачи (1)

$$u(x,t)=\frac{x+3t}{2}+ce^{x-3t}+\frac{3(x-3t)}{2}+\sin t\cos x, \quad c-\text{const}, \tag{7}$$

для области, где $x - 3t \leq 0$, $x + 3t \geq 0$, $x \geq 0$, $t > 0$.

Для отыскания общего решения задачи (1) необходимо «сшить» полученные решения (5) и (7) по характеристике $x = 3t$. Для этого приравняем значения функций, определяемых этими равенствами при $x = 3t$. Получим, что $c = 0$.

В итоге общее решение задачи (1) имеет вид

$$u(x,t)=\frac{x+3t}{2}+\sin t\cos x+\left[\begin{array}{l}(x-3t)^3+\dfrac{x-3t}{2},\ x-3t\geq 0,\ x\geq 0,\ t\geq 0,\\ \dfrac{3(x-3t)}{2},\ x-3t<0,\ x\geq 0,\ t\geq 0.\end{array}\right. \tag{8}$$

Таким образом, представлен метод решения задачи о колебании полубесконечной струны, позволяющий находить общее решение без использования формулы Даламбера.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Уроев, В. М. Уравнения математической физики. – М.: ИФ Яуза, 1998. – 373 с.

УДК 519.254

АППРОКСИМАЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Рубаник О.Е., ст. преп., Даниленко А. Е., студ., Сохова А.В., студ.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Для использования в математических моделях табличных данных, являющихся результатом экспериментальных исследований, возникает вопрос их аппроксимации. Аппроксимация – это подбор эмпирической функции, имеющей аналитическое представление, которая приближенно отражает поведение исходной табличной функции.