

Погрешности неустойчивого разделения равны 99% для первого сигнала, 0,9% для второго сигнала. При этом наблюдаемые сигналы x отличаются от источников s на 0,42 % для первого сигнала, 1,5 % для второго сигнала.

Таким образом, разделенные сигналы \hat{s} больше отличаются от источников s , чем наблюдаемые x , т.е. результаты разделения сигналов практически не приемлемы из-за их неустойчивости.

Предложен обобщенный алгоритм анализа и контроля устойчивости статистических методов разделения сигналов и проведено компьютерное моделирование, доказывающее его работоспособность.

Библиографический список

1. Ромкин, М. В. Анализ и классификация методов решения задачи разделения и восстановления сигналов / М. В. Ромкин // Современные информационные технологии : тр. Междунар. науч.-техн. конф. (Computer – based conference). – Вып. 17. – Пенза : Пенз. Гос. технолог. академия, 2013. – С. 127–130.
2. Засов, В. А. Алгоритмы и вычислительные устройства разделения и восстановления сигналов в многомерных динамических системах : монография / В. А. Засов. – Самара : СамГУПС, 2012. – 233 с.
3. Hyvarinen, A. Independent component analysis: Algorithms and applications / A. Hyvarinen and E. Oja // Neural Networks. – 2000. – № 13 (4-5). – P. 411–430.
4. Cichocki, A. Adaptive blind signal and image processing: Learning algorithms and applications / A. Cichocki, C. Amari. – Wiley, 2002. – 555 p.

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРУЕМОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ СОПРЯЖЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Т. В. Никонова, В. Н. Горьковская

Витебский государственный университет,
г. Витебск, Белоруссия,
E-mail: st.rubon@mail.ru

В современном строительстве, в качестве составных и несущих частей различных конструкций, находят широкое применение тонкостенные цилиндрические оболочки. Способность выдерживать значительные нагрузки при минимальной толщине позволяет создавать из них в гражданском, транспортном и промышленном строительстве легкие

конструкции с хорошими жесткостными и прочностными характеристиками.

Разработанная методика расчета сопряженных тонкостенных конструкций может быть использована при проектировании широкопролетных подземных транспортных развязок, а также в гражданском строительстве при проектировании составных тонкостенных перекрытий.

Рассмотрим тонкостенную конструкцию, лежащую в грунте на глубине H_2 и состоящую из трех сопряженных элементов гофрированных цилиндрических панелей.

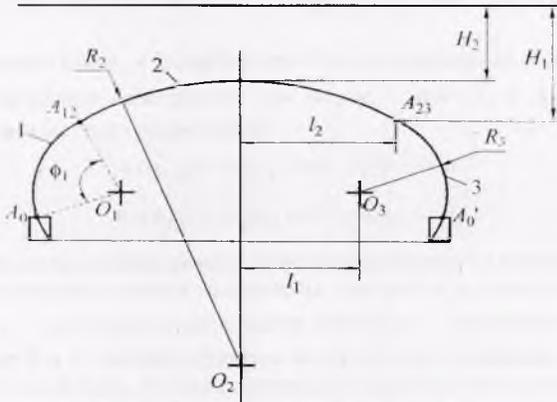


Рис. 1. Поперечное сечение конструкции

На рис. 1 изображено поперечное сечение данной конструкции и введены все необходимые обозначения. Цифрами 1, 2, 3 отмечены элементы конструкции, буквами A_{12} , A_{23} – точки сопряжения. Конструкция является симметричной относительно линии OO_2 , следовательно глубина залегания и радиус элементов 1 и 3 совпадают. Будем считать, что в точках A_0 , A_0' реализуется условие жесткого закрепления. Учитывая технологию скрепления гофрированных листов, в точках A_{12} , A_{23} , будем рассматривать условия жесткого соединения.

Для упрощения задачи введем следующие предположения:

1) длину конструкции в поперечном направлении (перпендикулярном плоскости рисунка) считаем достаточно большой, так что граничными условиями на ее торцах пренебрегаем;

2) воздействие внешнего упругого заполнителя (грунта) принимаем в предположении гидростатического характера его давления на конструкцию с учетом реакции заполнителя в рамках модели Фусса-Винклера [1, 2];

3) гофрированные панели будем заменять цилиндрическими панелями с толщиной, обеспечивающей совпадение ее изгибной жесткости с аналогичной жесткостью гофрированной панели.

Введем в рассмотрение глубину залегания H_1 элементов 1 и 3 (см. рис. 1), тогда

$$H_1 = H_2 + R_2 - \sqrt{R_2^2 - l_2^2}. \quad (1)$$

Положение точки на k -ом элементе конструкции будем определять углом ϕ , отсчитываемым от вертикальной линии, проведенной через центр соответствующей окружности, в направлении противоположном ходу часовой стрелки, при этом $\phi_{k,1} \leq \phi \leq \phi_{k,2}$, где границы изменения угла ϕ для k -го элемента определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \phi_{1,1} &= \arcsin \frac{l_2 - l_1}{R_1}, \quad \phi_{1,2} = \phi_1 + \phi_{1,1}, \\ \phi_{2,1} &= -\arcsin \frac{l_2}{R_2}, \quad \phi_{2,2} = \arcsin \frac{l_2}{R_2}, \quad \phi_{3,1} = -\phi_{1,2}, \quad \phi_{3,2} = -\phi_{1,1}. \end{aligned}$$

Принимая во внимание ранее сделанное предположение о большой длине конструкции в направлении x , перпендикулярном плоскости рисунка, будем считать, что все функции, характеризующие НДС конструкции, не зависят от координаты x . Тогда задача становится плоской, и для описания равновесия k -го элемента могут быть использованы безмоментные уравнения равновесия тонких оболочек [3]:

$$\frac{\partial Q_k}{\partial s} - \frac{T_k}{R_k} + q_n^{(k)} = 0, \quad \frac{\partial T_k}{\partial s} + \frac{Q_k}{R_k} + q_2 = 0, \quad \frac{\partial M_k}{\partial s} - Q_k = 0, \quad (2)$$

где $s = R_k \phi$ - длина дуги, на k -ом элементе ($k = \overline{1, 3}$), T_k , Q_k , M_k - кольцевое усилие, перерезывающее усилие и момент, соответственно, возникающие в срединной поверхности k -ого элемента, $q_n^{(k)}$, q_2 - нормальное и касательное усилия, приходящиеся на единицу площади поверхности k -ого элемента (оболочки). Здесь

$$\begin{aligned} q_n^{(k)} &= q_{n,сп}^{(k)} + q_{n,об}^{(k)} + q_{n,вин}^{(k)}, \quad q_{n,сп}^{(k)} = -\gamma [H_k + R_k (1 - \cos \phi)], \\ q_{n,об} &= -\gamma_0 h \cos \phi, \quad q_{n,вин}^{(k)} = -\frac{\alpha_0}{R_k} w_k, \quad q_2 = q_{2,об} = \gamma_0 h \sin \phi, \end{aligned} \quad (3)$$

где $q_{n,сп}^{(k)}$, $q_{n,об}^{(k)}$, $q_{n,вин}^{(k)}$ - нормальные составляющие нагрузок, вызванные действием грунта, веса оболочки и реакцией грунта (винклеровского основания), соответственно, w_k - нормальный прогиб k -го элемента,

$q_{2,об}$ – касательная составляющая нагрузки, вызванная весом оболочки, γ, γ_0 – удельные веса грунта и материала оболочек, α_0 – коэффициент постели винклеровского основания, h – толщина приведенной цилиндрической оболочки.

Уравнения равновесия (2) дополним уравнениями физического состояния, связывающими T_k и M_k с нормальным прогибом w_k и касательным перемещением v_k :

$$T_k = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial v_k}{\partial s} + \frac{w_k}{R_k} \right), \quad M_k = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left(-\frac{\partial^2 w_k}{\partial s^2} + \frac{1}{R_k} \frac{\partial v_k}{\partial s} \right), \quad (4)$$

где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона материала оболочки.

В основании конструкции (см. на рис. 1 точки A_0 и A_0') рассмотрим условия жесткого закрепления

$$\begin{aligned} w_1(\varphi_{1,2}) = v_1(\varphi_{1,2}) = 0, \quad w_1'(\varphi_{1,2}) = 0, \\ w_3(\varphi_{3,1}) = v_3(\varphi_{3,1}) = 0, \quad w_3'(\varphi_{3,1}) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где штрих здесь и ниже означает дифференцирование по координате φ .

Рассмотрим условия сопряжения элементов в точках A_{12} и A_{23} . Пусть γ_{kl} – угол между единичными векторами – нормальными $\bar{e}_k^{(n)}$, $\bar{e}_l^{(n)}$ к кривым k и l , соответствующим k -ому и l -ому элементам. В случае жесткого соединения, условия сопряжения заключаются в равенстве векторов перемещения, сил, моментов и углов поворота каждого элемента в точке их пересечения [4]. Проектируя вектора перемещений и сил, например, на оси $\bar{e}_k^{(n)}$, $\bar{e}_k^{(1)}$, где $\bar{e}_k^{(1)}$ – единичный вектор, касательный к k -ой кривой, получим следующие условия сопряжения в случае жесткого сочленения:

$$\begin{aligned} v_2 = \cos \gamma_{21} v_1 - \sin \gamma_{21} w_1, \quad w_2 = \sin \gamma_{21} v_1 + \cos \gamma_{21} w_1, \quad M_2 = M_1, \\ T_2 = \cos \gamma_{21} T_1 - \sin \gamma_{21} Q_1, \quad Q_2 = \sin \gamma_{21} T_1 + \cos \gamma_{21} Q_1, \quad \theta_2 = \theta_1, \quad (6) \\ v_2 = \cos \gamma_{23} v_3 + \sin \gamma_{23} w_3, \quad w_2 = \sin \gamma_{23} v_3 - \cos \gamma_{23} w_3, \quad M_2 = M_3, \\ T_2 = \cos \gamma_{23} T_3 + \sin \gamma_{23} Q_3, \quad Q_2 = \sin \gamma_{23} T_3 - \cos \gamma_{23} Q_3, \quad \theta_2 = \theta_3, \end{aligned}$$

где $\gamma_{21} = \gamma_{23} = \arccos \frac{l_2 - l_1}{R_1} - \arccos \frac{l_2}{R_2}$.

Разрешающее дифференциальное уравнение относительно нормального прогиба w_k имеет вид:

$$w_k^{IV} + 2w_k'' + a_k w_k = b_k - \delta_k c_k^{(5)} + d_k \cos \varphi. \quad (7)$$

Здесь $c_k^{(5)}$ – неизвестная постоянная, определяемая из граничных условий и условий сопряжения.

$$\varepsilon_k = \frac{h^2}{12R_k^2}, \quad \delta_k = \frac{1 + \varepsilon_k}{\varepsilon_k}, \quad a_k = 1 + \frac{\delta_k \alpha_0 (1 - \nu^2) R_k}{Eh},$$

$$b_k = -\frac{\delta_k (1 - \nu^2) \gamma R_k^2 (H_k + R_k)}{Eh}, \quad d_k = \frac{\delta_k (1 - \nu^2) R_k^2 (\gamma R_k - 2\gamma_0 h)}{Eh} \text{ при } k = \overline{1, 3}.$$

Для элементов конструкции уравнение (7) имеет следующее общее решение

$$w_k(\phi) = c_k^{(1)} e^{\alpha_k \phi} \cos \beta_k \phi + c_k^{(2)} e^{-\alpha_k \phi} \sin \beta_k \phi + c_k^{(3)} e^{-\alpha_k \phi} \cos \beta_k \phi +$$

$$+ c_k^{(4)} e^{-\alpha_k \phi} \sin \beta_k \phi + \frac{b_k}{a_k} - \frac{\delta_k}{a_k} c_k^{(5)} + \frac{d_k}{a_k - 1} \cos \phi, \quad (8)$$

где $\alpha_k = \sqrt{\frac{\sqrt{a_k} - 1}{2}}$, $\beta_k = \sqrt{\frac{\sqrt{a_k} + 1}{2}}$, $k = \overline{1, 3}$. Тогда, тангенциальное перемещение

$$v_k = \frac{1}{1 + \varepsilon_k} \left(\varepsilon_k w_k' - \int w_k(\phi) d\phi + q_{2s}^{(k)} \sin \phi \right) + c_k^{(5)} \phi + c_k^{(6)}. \quad (9)$$

Построенные решения (8)-(9) содержат неопределенные постоянные $c_k^{(j)}$, которые могут быть найдены из граничных условий и условий сопряжения элементов. Рассмотрение этих условий приводит к системе из 18 неоднородных алгебраических уравнений относительно 18 неизвестных постоянных $c_k^{(j)}$, $k = \overline{1, 3}$, $j = \overline{1, 6}$.

Для программной реализации исходной задачи выбрана математическая среда MAPLE. С использованием среды MAPLE выполнены расчеты усилий и моментов в элементах конструкции как функций аргумента ϕ . Из анализа выполненных расчетов следует, что тангенциальное усилие минимально в верхней точке конструкции и максимально в ее основании. Наиболее опасными являются точки сопряжения элементов A_{12} , A_{23} и основания конструкции, в которых перерезывающие силы и моменты достигают наибольшего значения.

Описанная методика позволяет вычислить значения перемещений, усилий и моментов в любой точке конструкции, определить ее наиболее «уязвимые» места без проведения экспериментальных испытаний. Это позволяет рекомендовать применение изложенной методики для расчета составных тонкостенных конструкций с целью уменьшения их веса и более детального исследования на несущую способность и прочность.

Библиографический список

1. Корнев, Б. Г. Вопросы расчета балок и плит на упругом основании / Б. Г. Корнев. – М. : Госстройиздат, 1954. – 232 с.
2. Корбут, Б. А. Об одной модели заполнителя в задачах устойчивости цилиндрических оболочек / Б. А. Корбут, Ю. Н. Нагорный // Известия вузов. Машиностроение. – 1971. – № 6. – С. 16–21.
3. Новожлов, В. В. Теория тонких оболочек / В. В. Новожлов. – Л. : Гос. союзное изд-во судостроит. промышл., 1962. – 431 с.
4. Филиппов, С. Б. Теория сопряженных и подкрепленных оболочек / С. Б. Филиппов. – СПб. : Изд-во СПбГУ, 1999. – 196 с.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ КВАДРАТУР НА КЛАССЕ ФУНКЦИЙ НЕОГРАНИЧЕННЫХ НА КОНЦАХ ОТРЕЗКА ИНТЕГРИРОВАНИЯ

А. О. Цуцаев, Ш. С. Хубежты*

Северо-Осетинский государственный университет
имени К. Л. Хетагурова,
г. Владикавказ, Республика Северная Осетия – Алания
*Южный математический институт – филиал ВНИЦ РАН,
г. Владикавказ, Республика Северная Осетия – Алания
E-mail: tsutsaev@yandex.ru, salva57@rambler.ru

Сингулярные интегральные уравнения находят широкое применение в задачах математической физики, гидро-аэродинамики, в теории упругости и других областях. Этим уравнениям посвящены фундаментальные труды известных математиков Д. Гильберта, А. Пуанкаре, Н. И. Мусхелешвили, С. Г. Михлина, З. Пресдорфа и т.д.

Однако решение сингулярных интегральных уравнений возможно лишь в исключительных случаях и основным аппаратом в прикладных задачах являются численные методы. В этом направлении можно отметить труды В. В. Иванова, Б. Г. Габдулхаева, И. К. Лифанова Д. Г. Санкидзе, И. В. Бойкова и др. [6–8]. Как они отметили, численное решение сингулярного интегрального уравнения в основном зависит от аппроксимации сингулярного оператора. В книге В.В. Иванова [1] отмечен такой факт: строится приближенный метод нередко применяется для решения интегрального уравнения Фредгольма II рода и основанного на полиномиальной аппроксимации решения. Показывается на примере, что