УДК 512. 542.

Студ. Окунева Н.К.,
ст. преп. Коваленко А.В.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВСКИХ p-ПОДГРУПП МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ГРУПП

В данной работе проводится исследование групп порядка pq и силовских p-подгрупп симметрических групп S_n.

Пусть p и q простые числа и $p<q$. Возникает вопрос, какой должна быть группа G порядка pq? Силовские p- и q-подгруппы из G циклические, как подгруппы простого порядка. Пусть (a) и (b) силовские p- и q-подгруппы, соответственно. Число силовских q-подгрупп в G имеет вид $1+kq$ и делит pq, но тогда q-подгруппа (b) единственна. Число силовских p-подгрупп имеет вид $1+kp$ и делит q, но тогда возможны два случая. Силовская p-подгрупп (a) единственна, тогда она нормальна и $G=(ab)$, то есть $G \cong Z_{pq}$. В случае если имеется q силовских p-подгрупп (a),то это возможно лишь при условии $q \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p)$. Таким образом, найдены все типы подгрупп порядка pq: абелев и неабелев, причем второй тип существует только при условии $q \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p)$.

Определены так же все p-подгруппы симметрических групп S_n, порядок которой равен $|S_n| = n!$. Таким образом, необходимо найти максимальный показатель $t(n)$, при котором $p^{t(n)}$ делит $n!$. Если число n – степень p, то есть $S_n = S_{p^m}$, то искомой подгруппой будет подгруппа H_{m+1} порядка $|H_{m+1}| = p^{1+p+\dots p^m}$, которая изоморфна последовательному сплетению циклической группы Z_p с самой собой m раз. Если число n произвольно, то разбиваем символы $1,\dots,n$ на отрезки и на каждом из них рассмотрим симметрическую группу некоторой степени p^m, а в ней выделяем силовскую p-подгруппу. Порождение этих подгрупп P_n является прямым их произведением с порядком $|P_n| = \prod_{m=1}^{s} \left(p^{1+p+\dots+p^m}\right)^{a_m}$, где a_m – коэффициенты в разложении числа n по степеням p. Следовательно, P_n и есть силовская p-подгруппа в симметрической группе S_n, причем она изоморфна прямому произведению нескольких последовательных сплетений циклической группы кольца вычетов Z_p по модулю p.

УДК 517.925

Студ. Гурченко С.Г., Петухов Ю.В.
доц. Денисов В.С.

О ПРЕДЕЛЬНЫХ ЦИКЛАХ, ОКРУЖАЮЩИХ ВСЕ КОНЕЧНЫЕ ОСОБЫЕ ТОЧКИ ОДНОЙ СИСТЕМЫ, ОБОБЩАЮЩЕЙ СИСТЕМУ ЛЬЕНАРА

Рассматривается система ДУ $\dot{x} = y^3 + f(x),\ \dot{y} = g(x)$ (1)

Являющаяся частным случаем системы $\dot{x} = \psi(y) + f(x),\ \dot{y} = g(x)$ (2)

При $\psi(y) = y$, система называется системой Льенара. В работе [1] найдены достаточные условия существования предельного цикла системы нелинейных колебаний с одной особой точкой. Нами найдены достаточные условия существования устойчивого или неустойчивого предельного цикла системы[1], окружающего конечное число особых точек. Приведем один из полученных результатов. Пусть выполняется условие А: $f(x)>0$ $g(x)\geq 0$ на $(x_L;x_l)$,