Пусть $M = \max|f(x)|$ при $0 \le x \le x_3$, $j(x) = \int_0^x g(s)f(s)ds$,

d- действительный корень уравнения $Ay + B\sqrt[3]{y} - \gamma M = 0$, которое заменой $\upsilon = \sqrt[3]{y}$ сводится к кубическому уравнению, имеющему один действительный корень, находящийся по формулам Кардана.

Теорема. Если выполнены условия:

I. $f(x)$ и $g(x)$ – нечетные функции;

II. $\exists\, x_1$, x_3, такие, что $f(0) = f(x_1) = f(x_3) = g(0) = 0$; $g(x) < 0$ на $(0;\infty)$;

$f(x) < 0$ на $(0;x_1)$; $f(x) > 0$ на $(x_1;x_3)$; $G(x) \to +\infty$ при $x \to +\infty$;

III. $\exists \gamma > 1$, $\exists x_2 \in (x_1;x_3)$, такие, что выполнены неравенства:

$\varphi(x_2) \ge 2\varphi(x_1)/(1-\gamma)$, $G(x_3) - G(x_2) \ge \frac{Ad^2}{2} + \frac{3B}{4}\sqrt[3]{d^4} + Md$, то система (1) в полосе

$-x_3 \le x \le x_3$ имеет, по крайней мере, один неустойчивый предельный цикл.

Пример. $\dot{x} = y + \sqrt[3]{y} - \frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{2}x$; $\dot{y} = -x$ (2)

$f(x) = -\frac{1}{4}\sin\frac{\pi}{2}x$, $g(x) = -x$ удовлетворяют условиям I, II при $x_1 = 2$ и $x_3 = 4$; $M = \frac{1}{4}$.

При $x_2 = 3$, $\gamma = 8$, $d = 1$ условия III выполнены, т.е. система (2) в полосе

$-4 \le x \le 4$ имеет по крайней мере один неустойчивый предельный цикл.

УДК 621.317.7: 532

Студ. Рахманов А.Ю,
Кисина А.И., Куделя Т. В.,
доц. Джежора.А.А.

МОДЕЛИ ТРЕХЗАЖИМНЫХ ДАТЧИКОВ УРОВНЯ ЖИДКИХ СРЕД

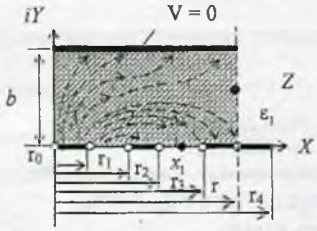

Рисунок 1 - Трехзажимной датчик

Датчики уровня, подключаемые по двухэлектродной схеме измерения, обладают высокой погрешностью в силу того, что подводящие провода и сама конструкция создают паразитные емкости, снижая тем самым чувствительность датчиков. Радикальным средством исправления этого недостатка является использование датчиков, подключаемых по трехзажимной схеме измерения рис.1. Нами были рассчитаны рабочая и паразитная емкости трехзажимных датчиков. Рабочая емкость датчика обусловлена потоком вектора напряженности, замыкающимся на низкопотенциальный электрод 3, а паразитная емкость обусловлена двумя потоками вектора напряженности, замыкающимися на охранный заземленный электрод 2 и заземленный экран. Они равны:

$$C_p = \frac{\int_{a_1}^{a_2} \frac{(c_1-\xi)(c_2-\xi)\,d\xi}{\sqrt{(\xi-a_1)(\xi-a_2)(\xi-a_3)(\xi-a_4)(\xi-a_5)(a_6-\xi)(a_7-\xi)}}}{\int_{a_1}^{a_2} \frac{(c_1-\xi)(c_2-\xi)\,d\xi}{\sqrt{(\xi-a_1)(\xi-a_2)(a_3-\xi)(a_4-\xi)(a_5-\xi)(a_6-\xi)(a_7-\xi)}}} L, \quad (1)$$

$$C_{1n}=\frac{\int\limits_{a_3}^{a_4}\frac{(c_1-\xi)(c_2-\xi)\,d\xi}{\sqrt{(\xi-a_1)(\xi-a_2)(\xi-a_3)(a_4-\xi)(a_5-\xi)(a_6-\xi)(a_7-\xi)}}}{\int\limits_{a_2}^{a_3}\frac{(c_1-\xi)(c_2-\xi)\,d\xi}{\sqrt{(\xi-a_1)(\xi-a_2)(a_3-\xi)(a_4-\xi)(a_5-\xi)(a_6-\xi)(a_7-\xi)}}}L+\frac{\int\limits_{a_7}^{\infty}\frac{(c_1-\xi)(c_2-\xi)\,d\xi}{\sqrt{(\xi-a_1)(\xi-a_2)(\xi-a_3)(a_4-\xi)(a_5-\xi)(\xi-a_6)(\xi-a_7)}}}{\int\limits_{a_2}^{a_3}\frac{(c_1-\xi)(c_2-\xi)\,d\xi}{\sqrt{(\xi-a_1)(\xi-a_2)(a_3-\xi)(a_4-\xi)(a_5-\xi)(a_6-\xi)(a_7-\xi)}}}L. \qquad (2)$$

где $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ – координаты краев электродов, а c_1 и c_2 координаты особых точек (они определяются исходя из того, что разности потенциалов между потенциальными электродами и экраном равны нулю). Созданные модели использовались при разработке датчиков контроля уровня жидких электропроводящих сред.

УДК 513.83

Студ. Жаворонков К.А.,
ст. преп. Статковский Н.С.

КАТЕГОРНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Понятие категории позволяет с единой точки зрения подойти к изучению объектов, возникающих в теории множеств и в дифференциальном исчислении.

Зафиксируем множество X и его подмножества $X_1,\dots,X_n$. Совокупность множеств $X, X_1,\dots,X_n$ и их пересечений образует набор объектов для некоторой категории E^n. В качестве морфизмов этой категории рассмотрим естественные вложения. С другой стороны, совокупность всех подмножеств множества $M=\{1,\dots,n\}$ с вложениями в качестве морфизмов также образует категорию, которую обозначим через 2^n. Зафиксируем $M_1=\{2,\dots,n\}$, $M_2=\{1,3,\dots,n\}$, ..., $M_n=\{1,\dots,n-1\}\in Ob(2^n)$, где $Ob(2^n)$ – совокупность объектов категории 2^n. Легко показать, что любое $A\in Ob(2^n)$ есть пересечение некоторых из множеств $M, M_1,\dots,M_n$.

Зададим отображение F: $2^n\to E^n$ по правилу: $F(M)=X$, $F(M_k)=X_k$, $k=1,\dots,n$, $F(\bigcap\limits_{k\in I}M_k)=\bigcap\limits_{k\in I}X_k$, где I – множество индексов из $\{1,\dots,n\}$.

Отображение F вложение переводит во вложение. Таким образом, *построен функтор* F: $2^n\to E^n$, *сохраняющийся при пересечениях.*

Пусть FR категория с объектами (R,x_0) – множеством действительных чисел с отмеченной точкой. Морфизмы в FR – дифференцируемые отображения $f_{x_0,y_0}:(R,x_0)\to(R,y_0)$ с условием $y_0=f(x_0)$. Пусть LR категория с одним объектом R – одномерным линейным пространством с морфизмами

$g:R\to R$ – линейными отображениями. Построим функтор $D:FR\to LR$ равенствами $D(R,x_0)=R$, $D(f_{x_0,y_0})=g_{x_0}$, где $g_{x_0}(\bar{v})=f(x_0)\bar{v}$ для всех $\bar{v}\in R$. Если построить композицию дифференцируемых отображений $f_n\circ f_{n-1}\circ\dots\circ f_1$, сохраняющих отмеченную точку и соответствующую композицию дифференциалов $D(f_n)\circ D(f_{n-1})\circ\dots\circ D(f_1)$, то стандартное категорное рассуждение приводит к утверждению: *дифференциал композиции функций равен композиции дифференциалов этих функций.*