УДК 515.143

ст. преп. Статковский Н. С.,
вед. лаб. Рубаник О. Е.,
студ. Лавшук Н. В. (ВГТУ)

ГОМОТОПИЯ И ДЕФОРМАЦИЯ

Пусть $f : M \longrightarrow Y$ — простая гомотопическая эквивалентность замкнутых гладких или кусочно-линейных многообразий размерности n, $X \subset Y$ — замкнутое подмногообразие.

Задача расщепления отображения f вдоль подмногообразия X состоит в деформации f с точностью до гомотопии в такое трансвенсальное к X отображение, что $N = f^{-1}(X)$ подмногообразие в M и отображения $N \longrightarrow X$, $(M \backslash N) \longrightarrow (Y \backslash X)$ являются простыми гомотопическими эквивалентностями.

Группы препятствий к расщеплению $LS_*(F)$ функториально зависят от квадрата фундаментальных групп, возникающих при разрезании многообразия Y вдоль подмногообразия X (см. [1], [2]).

Пусть

$$F = \begin{pmatrix} \pi_1(\partial U) & \longrightarrow & \pi_1(Y \setminus X) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \pi_1(X) & \longrightarrow & \pi_1(Y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbb{Z}/2 & \longrightarrow & 1 \\ i \downarrow & & j \downarrow \\ \mathbb{Z}/4 & \longrightarrow & \mathbb{Z}/2 \end{pmatrix}$$

квадрат фундаментальных групп с тривиальной ориентацией, эпиморфизмами по горизонталям и вложениями по вертикалям. Перейдем от 2-групп к 2-адическим групповым кольцам со стандартной инволюцией: $S = \hat{Z}_2[\mathbb{Z}/4], R = \hat{Z}_2[\mathbb{Z}/2]$. Пусть $\hat{Z}_2(F)$ обозначает соответствующий квадрат групповых колец. Существует тесная связь между группами LS_* и различными группами Уолла, задаваемая коммутативными диаграммами точных последовательностей типа косы Левина (см. [1 - 4]):

$$\begin{tikzcd}
\cdots \arrow[r] & L_{n+1}(S^-) \arrow[rr] \arrow[dr] & & L_{n+2}(j) \arrow[rr] \arrow[dr] & & L_{n+2}(\hat{Z}_2(F)) \arrow[r] \arrow[dr] & \cdots \\
& & L_{n+2}(i) \arrow[ur] & & LS_n(\hat{Z}_2(F)) \arrow[ur] & & \\
\cdots \arrow[r] & L_{n+3}(\hat{Z}_2(F)) \arrow[rr] \arrow[ur] & & L_n(\bar{R}) \arrow[rr] \arrow[ur] & & L_n(S^-) \arrow[r] \arrow[ur] & \cdots
\end{tikzcd}$$

Для квадрата групповых колец $\hat{Z}_2(F)$ определены группы Уолла $L^Y(\hat{Z}_2(\pi))$. Далее, методами диаграмного поиска вычисляются LS^Y и LP^Y. Методы, развитые в работах [3], [4], позволяют затем вычислить группы препятствий к расщеплению $LS_*(F)$ и группы препятствий к перестройкам по паре многообразий $LP_*(F)$.

Литература:

1. Wall C. T. C. Surgery on compact manifolds. London: Academic Press, 1970.
2. Ranicki A. A. Exact sequences in the algebraic theory of surgery. – Princeton: Matem. Notes, 1981. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992.
3. Муранов Ю. В. Группы препятствий к расщеплению и квадратичные расширения антиструктур. – Изв. РАН. Сер. мат. 1995. Т. 59. N 6. С. 107–132.
4. A.Cavicchioli, Y.V. Muranov, D. Repovš. Algebraic properties of decorated splitting obstruction groups. Preprint University of Ljubljana. 1999. V. 37, no 669. P. 1–40.