цикл.

Теорема 2. Если выполнены условия теоремы 1 и неравенство

$$\lim_{x\to+\infty}\left[-f(x)\right]>0, \tag{3}$$

то система (1) имеет по крайней мере два предельных цикла.

Теорема 3. Если выполнены условия I, II, неравенство 3 и также неравенство:

$$\varphi(x_1)\ge\frac{2\cdot\varphi(x_2)}{1-\gamma}+(\gamma+1)\cdot M\cdot\left(D\cdot\frac{y^{12}}{12}+A\cdot\frac{y^{8}}{8}+B\cdot\frac{y^{4}}{4}\right), \tag{4}$$

то система (1) имеет по крайней мере один неустойчивый предельный цикл.

В последнем случае неустойчивый предельный цикл не локализован.

УДК 512. 54

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ АБЕЛЕВЫХ ГРУПП МЕТОДАМИ ТЕОРИИ ГРУПП

Студ. Володько А. М., ст. преп. Коваленко А. В.
Витебский государственный технологический университет

В произвольной абелевой группе G множество R всех элементов конечного порядка образует подгруппу, которая называется периодической частью группы G, при этом фактор-группа G / R не будет иметь кручения. Поэтому исследование произвольных абелевых групп в некоторой мере можно свести к исследованию периодических абелевых групп или групп без кручения. В работе проводится исследование таких видов периодических абелевых групп.

Рассмотрим группу $G=\sum\limits_{p} Z_p$ и её периодическую часть $\overline{G}=\sum\limits_{p} Z_p$,

где суммирование ведётся по всем простым числам p. Пусть $\varphi\in\overline{G}$ и $n\in N$. При значении $p>n$ в группе Z_p будет существовать элемент ψ_p с условием $n\psi_p=\varphi(p)$, причём $n\psi=\varphi'$, где

$$\psi(p)=\begin{cases}\psi_p, & \text{если } p>n,\\ 0, & \text{если } p\le n,\end{cases}\qquad \varphi'(p)=\begin{cases}\varphi'(p), & \text{если } p>n,\\ 0, & \text{если } p\le n.\end{cases}$$

Так как $\varphi G=\varphi' G$, то уравнение $nx=\varphi G$ будет иметь решение в фактор-группе $\overline{G}/G$. Отсюда следует полнота фактор-группы. Допустим, что группа $\overline{G}$ разлагается в прямую сумму, то есть $\overline{G}=G\oplus K$. В виду изоморфизма $K\cong\overline{G}/G$ следует полнота группы K. Следовательно, в подгруппе K при любом натуральном n должно иметь решение уравнение $nx=k$, где $k\in K$. Но если $k(p)\ne 0$, то это уравнение не может иметь решение при значении $n=p$. Полученное противоречие доказывает, что группа G не выделяется в группе $\overline{G}$ прямым слагаемым.

Пусть группа $G=\sum\limits_{n}(g_n)$ – прямая сумма циклических подгрупп (g_n), которые имеют порядок $|g_n| - p^n$, $n\in N$, и $s_n=p^{n-1}g_n$. Рассмотрим группу L порождённую элементами

$l_n = s_n - s_{n-1}$. Покажем, что группа $\overline{G} = G / L$ не содержит нетривиальных полных подгрупп и не разлагается в прямую сумму циклических подгрупп.

Фактор-группа $\overline{G} / \overline{L}_1$, где $\overline{L}_1 = L_1 / L$, $L_1 = (s_1, L)$ по конечной подгруппе $\overline{L}_1$ разлагается в прямую сумму циклических подгрупп $(\overline{g}_n, \overline{L}_1) / \overline{L}_1, \overline{g}_n = g_n + L$. Такие группы не имеют отличных от нуля полных подгрупп, а, следовательно, группа $\overline{G}$ также не содержит нетривиальных полных подгрупп. Так как $s_i + L = s_{i+1} + L$, то $p^{n-1}\overline{g}_n = g_1$ и, значит, в группе $\overline{G}$ для любого натурального n и фиксированного элемента $\overline{g}_1$ уравнение $p^n x = \overline{g}_1$ будет иметь решение. Но прямые суммы циклических p-групп таким свойством не обладают. Поэтому группа $\overline{G} = G / L$ не может разлагаться в прямую сумму циклических подгрупп.

Рассмотрим группу $G=\sum_p Z_p$ и её периодическую часть P. Предположим, что P разлагается в прямую сумму циклических подгрупп, то есть $P=\sum_{k\in M}(h_k)$.

В виду несчётности P найдётся такое бесконечное множество $M_1 \subseteq M$, что порядки элементов подгруппы $H = \sum_{k\in M_1}(h_k)$ ограничены числом p^k, то есть высоты ненулевых элементов подгруппы H в группе P не превосходят k. С другой стороны в группе H найдутся такие два элемента разность которых отлична от нуля и имеют высоту большую k. Полученное противоречие доказывает, что группа P не может разлагаться в прямую сумму циклических подгрупп.

3.3 Физика

УДК 534.321.9: 621.762.4

МИКРОСТРУКТУРА ПОРОШКОВ, МЕХАНОАКТИВИРОВАННЫХ ИНТЕНСИВНЫМИ ПОТОКАМИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН

Студ. Иканович И.К., доц. Шилин А.Д.
Витебский государственный технологический университет

Комплексное исследование процесса интенсивных механических воздействий на пресс-порошок с использованием энергии ультразвуковых колебаний показало, что это приводит к измельчению частиц порошка [1]. В данной работе исследовали влияние ультразвуковых колебаний на морфологию частиц исходного порошка состава ЦТС-19. Ультразвуковую обработку порошка проводили в воде при температуре 45 °С, при атмосферном давлении. Данные по микроструктуре исходного, полученного первичным синтезом порошка ЦТС-19 представлены на рис. 1а.

Частицы имеют большой разброс по размерам с максимальным значением порядка 4 мкм, которые объединяются в конгломераты и агломераты размером до10 мкм. При ультразвуковой обработке порошка в течение 10 минут, разрушаются агломераты и появляются частицы с большей удельной поверхностью и более равномерным распределением по размерам (рис. 1б). Механоактивированные при оптимальном режиме порошки состава ЦТС-19 (мощность генератора УЗК 4 кВт, время обработки 10 минут) спекали при различных температурах. Установ-