

УДК 685.34.017.34

А. Н. Буркин, М. И. Долган, К. Г. Коновалов

Витебский государственный технологический университет,
210035 РБ, Витебск, Московский пр-т, 72

МЕТОДЫ РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ И НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ ОБУВИ

© А. Н. Буркин, М. И. Долган, К. Г. Коновалов, 2013

В статье показано, что правильное сочетание детерминированного, статистического и других видов расчета надежности обуви при разработке новых конкурентоспособных ее моделей является оптимальным вариантом для повышения ее надежности и безопасности при снижении материалоемкости ■

Ключевые слова ■ конструкция обуви, надежность обуви, метод расчета, срок эксплуатации обуви

The Methods of Calculation Elements of Shoes Constructions for Strength and Reliability

The article shows that the correct combination of determined, statistical and other types of calculation of reliability of footwear in case of development of its new competitive models is optimum option for increase of its reliability and safety in case of decrease in materials consumption ■

Key words ■ shoes constructions, durability of shoes, serviceability of shoes, methods of calculation

Введение

Повышение надежности конструкций современной обуви связано с приближением расчетных методов к реальным условиям ее носки. Расчетная схема элементов конструкции обуви должна учитывать как действительные условия ее эксплуатации, так и разброс механических свойств основных и вспомогательных материалов, используемых для ее производства [1].

Применяемые методы расчета на прочность любых изделий, в том числе и обуви, предполагают постоянство внешних нагрузок, свойств использованных материалов, а также геометрических размеров и форм элементов конструкций. В действительности внешняя нагрузка и расчетная прочность носят случайный характер, находятся под воздействием большого количества разнообразных, часто неконтролируемых случайных воздействий. Поэтому детерминированные методы расчета содержат погрешность в оценке прочности и надежности в эксплуатации проектируемых конструкций.

Рассматривая случайность как объективно существующую реальность, в расчетную практику в последнее время стали активно внедряться статистические методы, учитывающие элемент случайности и дающие возможность прогнозировать надежность изделия при эксплуатации. Однако применение статистических методов в расчетах конструкций обуви связано с проведением большого объема экспериментальных исследований для установления вероятных характеристик прочности применяемых материалов, включая характеристики условий эксплуатации обуви (изменение внешней и внутренней нагрузки, температуры, влажности, химических воздействий и др.), которые должны определяться в результате

массовых наблюдений в одинаковых условиях, например, опытной носке. Данное требование сопряжено с большими техническими трудностями или практически неосуществимо [2–3].

Вероятностная оценка прочности и надежности обуви не носит абсолютного характера, она не позволяет однозначно и количественно точно сделать заключение о ее поведении в эксплуатации. Известно, что вероятностный или статистический метод в науке не противопоставляет себя классическому, обычному методу точных наук, а является его дополнением, позволяющим глубже анализировать явление с учетом присущих ему элементов случайности.

Таким образом, при создании новых изделий больших успехов можно ожидать от правильного сочетания детерминированного, классического метода, с добавлением статистического метода расчета надежности.

Пусть эксплуатация объекта (обуви) выражается в единицах времени t , происходит непрерывно и начинается в момент времени $t = 0$.

Появление отказа t считаем случайной величиной. Тогда вероятность безотказной работы за время $(0; \tau)$ будет равна:

$$P(t) = (t < \tau), \quad (1)$$

Обозначим через N число пар обуви, находящейся в эксплуатации, через $\sum n_i$ — число объектов, отказавших за время t .

Вероятность безотказной работы, согласно формуле (1), будет:

$$P(t) = (N - \sum_{i=1}^t n_i) \frac{1}{N}, \quad (2)$$

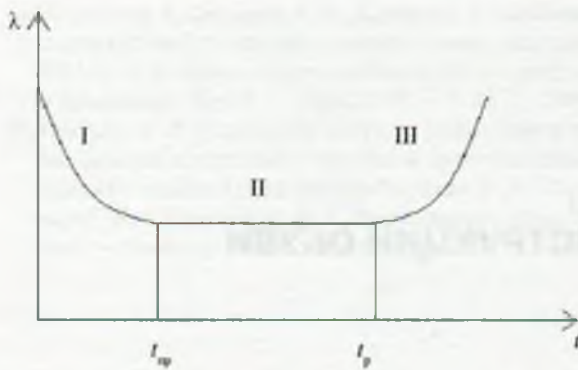


Рис. Кривая интенсивности отказов

В теории надежности широко используют такие характеристики, как плотность вероятности отказов, средняя наработка на отказ и интенсивность отказов.

Оценка вероятности отказа определяется по формуле:

$$Q(t) = \sum_{i=1}^n n_i \cdot \frac{1}{N}, \quad (3)$$

Плотность вероятности отказов представляет число отказов в единицу времени, отнесенное к числу пар обуви.

Пусть за время Δt_i число отказавших пар обуви увеличилось на Δn_i , тогда плотность вероятности отказов равна:

$$f(t) = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \frac{1}{N} \frac{\Delta n_i}{\Delta t_i}, \quad (4)$$

Вероятность отказа обуви при наработке t , меньше требуемой t_r , равна:

$$P(t \leq t_r) = \int_0^{t_r} f(t) dt, \quad (5)$$

Средняя наработка объекта (время реальной эксплуатации обуви) до первого отказа равна:

$$t_{sp} = \sum_{i=1}^n \frac{t_i}{N}, \quad (6)$$

где t_i — время безотказной работы i -го объекта (пары обуви).

Интенсивность отказов представляет число отказов в единицу времени, отнесенное к числу пар обуви (N_u), сохранивших работоспособность в данный момент времени:

$$\lambda(t) = \frac{1}{N_u} \cdot \frac{\Delta n_i}{\Delta t_i}, \quad (7)$$

Интенсивность отказов связана с плотностью вероятности отказов соотношением:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}, \quad (8)$$

Для большинства объектов, в том числе и обуви как инженерной конструкции, изменение интенсивности отказов по времени происходит согласно кривой представленной на рис. ниже.

Время наработки условно разделяется на три периода. Первый период, называемый периодом приработки, определяется временем t_{sp} и характеризуется, как правило, повышенным значением интенсивности отказов. Для обуви этот период является периодом приформовываемости к стопе и обычно он составляет две недели ежедневной носки изделий. Повышение значения интенсивности отказов в этот период объясняется наличием в деталях и узлах новой пары обуви скрытых дефектов, а также большей по величине нагрузкой на обувь в результате механических воздействий стопы. Самые слабые по прочности детали (узлы, соединения) при действии эксплуатационных нагрузок к концу периода выйдут из строя. По мере замены (ремонта) дефектных деталей интенсивность отказов уменьшается и устанавливается приблизительно на постоянном уровне.

Начинается относительно длительный второй период нормальной эксплуатации, когда отказы носят случайный характер, происходят внезапно из-за усталостного разрушения.

К концу второго периода в результате появления постепенных отказов, изнашивания и других процессов интенсивность отказов увеличивается, и начинается третий период. Когда в третьем периоде интенсивность отказов достигает некоторого определенного уровня, эксплуатация обуви считается нецелесообразной. Следует сказать, что в обуви высокого качества это может и не произойти, но тогда наступает период ее морального износа.

Ресурс объекта (обуви) определяется продолжительностью от момента окончания приработки t_{sp} до момента t_p — начала заметного возрастания интенсивности отказов в конце второго периода. Во втором периоде интенсивность отказов λ можно считать постоянной.

Вероятность безотказной работы описывается уравнением:

$$P(t) = \exp(-\lambda t), \quad (9)$$

Формула (9) выражает экспоненциальный закон надежности. Так как математическое ожидание эксплуатационного ресурса обуви равно $1/\lambda$, то формулу (9) можно представить в виде:

$$P(t) = \exp\left(-\frac{t}{t_c}\right), \quad (10)$$

где t_c — средняя наработка на отказ.

Плотность распределения отказов равна:

$$f(t) = -\frac{dP}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}, \quad (11)$$

Средняя наработка до отказа:

$$t_c = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt, \quad (12)$$

или

$$t_c = \frac{\sum t_i}{m}, \quad (12a)$$

где $\sum t_i$ — суммарная наработка всех объектов в эксплуатации; m — общее число отказов.

В настоящее время предложено значительное количество статистических моделей, позволяющих описывать законы распределения вероятности безотказной работы объектов. Рассмотрим две статистические модели, часто используемые при оценке надежности машин, конструкций и т. д. Это статистическая модель, в основе которой лежит распределение Вейбулла. Вероятность безотказной работы определяется по формуле:

$$P(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{t_c}\right)^b\right],$$

где b — параметр распределения.

Формула (13) позволяет описывать многие распределения, включая экспоненциальный закон надежности изделий, имеющих постоянную интенсивность отказов $\lambda(t) = \lambda = const$ и $b = 1$. Это соответствует периоду, когда отказы при эксплуатации изделий носят случайный характер и происходят от случайных факторов.

Вторая статистическая модель, в основе которой лежит нормальное распределение, применяется в теории надежности, когда отказы связаны с износом деталей.

Плотность распределения вероятности безотказной работы равна:

$$f(t) = \frac{1}{S_t \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\bar{t}_c)^2}{2S_t^2}}, \quad (14)$$

где \bar{t}_c и S_t — среднее значение времени и среднее квадратическое отклонение наработки до отказа.

Вероятность безотказной работы будет:

$$P(t) = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{t-\bar{t}_c}{S_t}\right), \quad (15)$$

где Φ — функция Лапласа.

Интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = \frac{e^{-\frac{(t-\bar{t}_c)^2}{2S_t^2}}}{S_t \sqrt{2\pi} \left[\frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{t-\bar{t}_c}{S_t}\right) \right]}, \quad (16)$$

При $t_c > \bar{t}_c > 2S_t$ интенсивность отказов можно определить по приближенной формуле:

$$\lambda(t) = \frac{t-\bar{t}_c}{S_t^2}, \quad (17)$$

Рассмотрим несколько примеров применения изложенной выше теории к такой конструкции, как обувь.

С целью изучения возможности использования велюра, отличающегося низкой динамической формоустойчивостью, для изготовления дошкольной обуви, под наблюдением находились 30 пар дошкольных мокасин с ресурсом 90 дней. Результаты экспериментального исследования представлены в табл. ниже.

Определим плотность распределения отказов и интенсивность отказов за ресурс, вероятность безотказной работы за ресурс и среднюю наработку до отказа.

Решение. Число пар обуви, отказавших за время, равное ресурсу:

$$\Delta n_i = 0 + 2 + 3 + 5 + 6 + 10 = 26.$$

Плотность распределения отказов для ресурса:

$$f(t) = \frac{1}{30} \times \frac{26}{90} = 0,00963 \left[\frac{1}{\text{день}} \right].$$

Интенсивность отказов за ресурс:

$$\lambda(t) = \frac{1}{30-26} \cdot \frac{26}{90} = 0,25 \cdot 0,289 = 0,072 \left[\frac{1}{\text{день}} \right].$$

Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,5} = 0,0015.$$

Средняя наработка на отказ:

$$t_c = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,072} = 13,85 \text{ дней}.$$

Носка обуви осуществлялась в детском саду и была возможность постоянного ее осмотра и регистрации отказов, т. е. объекты исследования находились под постоянным наблюдением. Сроки эксплуатации дошкольной летней обуви четко определены временной характеристикой — ребенок носит ее сезон, а далее размеры стопы увеличиваются, и дальнейшая носка такого изделия просто невозможна.

Подобный подход может быть использован для оценки надежности рабочей, спортивной, медицинской, обуви для военнослужащих и т. д. При этом можно оценивать надежность, как по отдельным показателям качества обуви, так и в целом надежности всей ее конструкции, а также узлов, соединений и т. п.

Рассмотрим другой пример, для чего воспользуемся данными опубликованными в [4, С. 109], где дано описание характера и динамики износа резиновых подошв. По данным Н. Д. Закаевой 1 мм монолитной резиновой подошвы клеевого метода крепления истирается за 60–80 дней. Средняя скорость изнашивания подошвы $\bar{y} = 1/70 = 0,014$ мм/день и среднее квадратическое отклонение скорости изнашивания $S_y = 0,6 \cdot 10^{-3}$ мм/день. Предельный износ подошвы примем равным ее толщине, т. е. 6 мм.

Так как скорость изнашивания подошвы распределена по нормальному закону, то закон распределения ресурса подошвы также будет описываться нормальным законом.

Минимальное значение ресурса принимается при $P(T) = 0,025$ максимальное значение при $P(T) = 0,975$. Диапазон возможных значений ресурса ($T_{\min} \dots T_{\max}$) будет охватывать 95% возможных значений ресурса подошвы.

Закон распределения ресурса подошвы определяется выражением:

$$P(t) = 1 - \Phi\left(\frac{H/\bar{y} - T}{V_y \cdot T}\right), \quad (18)$$

где T — распределение ресурса; H — предельный износ; \bar{y} — средняя скорость изнашивания; V_y — коэффици-

ент вариации скорости изнашивания: Φ^* — нормальная функция распределения, H/\bar{y} — ресурс подошвы.

Определим коэффициент вариации скорости изнашивания подошвы:

$$V_y = \frac{S_y}{\bar{y}} = \frac{0,6 \cdot 10^{-3}}{0,014} = 0,043$$

Средний ресурс подошвы:

$$T_{cp} = \frac{H}{y} = \frac{6}{0,014} = 429(\text{дней})$$

Тогда минимальное значение ресурса подошвы находим из следующих равенств:

$$0,025 = 1 - \Phi^* \left(\frac{429 - T_{min}}{0,043 \cdot T_{min}} \right),$$

или $\Phi^* \left(\frac{429 - T_{min}}{0,043 \cdot T_{min}} \right) = 0,975 = \Phi^*(x),$

а минимальное значение из равенств, представленных ниже:

$$0,975 = 1 - \Phi^* \left(\frac{429 - T_{max}}{0,043 \cdot T_{max}} \right),$$

или $\Phi^* \left(\frac{1167 - T_{max}}{0,043 \cdot T_{max}} \right) = 0,975 = \Phi^*(x).$

Из таблицы значений нормальной функции распределения находим что для первого случая $x = 1,95$, $T_{min} = 392$ дня, а для второго случая $x = -1,96$. Откуда $T_{max} = 468$ дней.

Следовательно, с доверительной вероятностью 0,95 ресурс подошвы находится в диапазоне 392–468 дней. Полученный результат достаточно близок к реальным срокам службы. Данная методика расчета может быть рекомендована для других элементов конструкции.

Таблица. Данные исследования

Время наработки на отказ, дней	15	30	45	60	75	90
Число отказавших пар обуви	–	2	3	5	6	10

Заключение

Вероятностные методы расчета на прочность деталей обуви и элементов ее конструкции играют определяющую роль при проектировании рационального ассортимента изделий, экономии материала. По прогнозной оценке специалистов в ближайшее время большинство расчетов на прочность, жесткость и устойчивость объектов будет осуществляться на основе вероятностных аспектов.

В работе изложен методический подход к практическому использованию некоторых статистических методов расчета на прочность и надежность элементов конструкций обуви.

Список литературы

1. Буркин А. Н. Материаловедение кожевенно-обувного производства: учеб. пособие. — Минск: беларус. энцикл. им. П. Бровки, 2011. — 310 с.
2. Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения. — Гомель: Изд-во БелГУТ, 2007. — 434 с.
3. Василевич Ю. В., Подскребко М. Д., Неумержицкая Е. Ю. Статистические методы в расчетах на прочность и надежность элементов конструкций/Трибофатика = Tribo-fatigue: труды VI Междунар. симп. по трибофатике МСТФ 2010. (Минск, 25 октября — 1 ноября, 2010). — Минск: Изд-во БГУ, 2010. — С. 229–232.
4. Зыбин Ю. П. Конструирование изделий из кожи: учебник для вузов. — Москва: Легкая и пищевая промышленность, 1982. — 264 с.