

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ЛЕЖАЩЕЙ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

Клыкковский И.О.,

студент 2 курса УО «ВГТУ», г. Витебск, Республика Беларусь  
 Научный руководитель – Никонова Т.В., канд. физ.-мат. наук, доцент

При создании тонкостенных строительных конструкций необходимо проводить анализ напряженно-деформированного состояния (НДС), возникающего в оболочке при заданных внешних нагрузках и условиях закрепления краев.

Целью данного исследования являлось построение математической модели и выполнение расчета НДС тонкостенной цилиндрической оболочки кругового сечения конечной длины, лежащей на упругом основании и испытывающей неоднородное в окружном направлении давление.

**Материал и методы.** Используются уравнения равновесия безмоментной теории цилиндрических оболочек, в качестве граничных приняты условия, при которых реализуется безмоментное НДС оболочки.

**Результаты и их обсуждение.** Рассмотрим тонкостенную цилиндрическую оболочку кругового сечения конечной длины  $L$ . Реакция упругого основания при деформации оболочки учитывается в рамках одномерной модели Винклера [1].

Уравнения равновесия безмоментной теории цилиндрических оболочек будут иметь вид [2]

$$\frac{\partial T_1^*}{\partial x^*} + \frac{\partial S^*}{\partial s} + q_1 = 0, \quad \frac{\partial S^*}{\partial x^*} + \frac{\partial T_2^*}{\partial s} + q_2 = 0, \quad T_2^* = (q_n - \alpha w^*)R, \quad (1)$$

где  $T_1^*$ ,  $T_2^*$ ,  $S^*$  – мембранные осевое, кольцевое и сдвигающее усилия, соответственно,  $0 \leq x^* \leq L$  – продольная координата,  $s$  – длина дуги на поверхности оболочки, отсчитываемая в окружном направлении от ее верхней точки,  $q_1, q_2, q_n$  – компоненты поверхностной нагрузки по направлениям  $x^*$ ,  $s$  и нормали, соответственно,  $w^*$  – нормальное перемещение точек срединной поверхности,  $\alpha$  – коэффициент постели упругого основания,  $R$  – радиус оболочки.

Составляющие неоднородного давления, действующего на оболочку, представим в виде рядов

$$q_n(\varphi) = q_{n0}^c + \sum_{m=1}^{\infty} (q_{nm}^c \cos(m\varphi) + q_{nm}^s \sin(m\varphi)), \quad (2)$$

$$q_i(\varphi) = q_{i0}^c + \sum_{m=1}^{\infty} (q_{im}^c \cos(m\varphi) + q_{im}^s \sin(m\varphi)), \quad i = 1, 2,$$

где  $q_{n0}^c, q_{nm}^c, q_{nm}^s, q_{i0}^c, q_{im}^c, q_{im}^s$  – некоторые константы,  $\varphi$  – угол, отсчитываемый от верхней точки оболочки в направлении, противоположном ходу часовой стрелки.

В качестве граничных рассмотрим условия, при которых реализуется безмоментное НДС оболочки

$$T_1^* = v^* = 0 \quad \text{при} \quad x^* = 0, L, \quad (3)$$

где  $v^*$  – касательное перемещение.

Связи деформаций с усилиями имеют вид [2]:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} = \frac{1}{Eh} (T_1^* - \nu T_2^*), \quad \frac{\partial v^*}{\partial s} + \frac{w^*}{R} = \frac{1}{Eh} (T_2^* - \nu T_1^*), \quad \frac{\partial u^*}{\partial s} + \frac{\partial v^*}{\partial x^*} = \frac{2(1+\nu)}{Eh} S^*, \quad (4)$$

где  $E, \nu$  – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала оболочки, соответственно,  $h$  – толщина цилиндрической оболочки,  $u^*$  – осевое перемещение.

В результате были определены усилия, возникающие в срединной поверхности цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании.

$$T_1^* = \frac{Eh}{1-\nu^2} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ [(1-\nu^2)u_m'^c + \nu(\tilde{q}_{nm}^c - \tilde{\alpha}w_m^c)] \cos(m\varphi) + [(1-\nu^2)u_m'^s + \nu(\tilde{q}_{nm}^s - \tilde{\alpha}w_m^s)] \sin(m\varphi) \right],$$

$$T_2^* = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[ (1-\nu^2) \frac{\bar{q}_{n0}^c}{1-\nu^2 + \bar{\alpha}} + \sum_{m=1}^{\infty} [(\bar{q}_{nm}^c - \bar{\alpha} w_m^c) \cos(m\varphi) + (\bar{q}_{nm}^s - \bar{\alpha} w_m^s) \sin(m\varphi)] \right], \quad (5)$$

$$S^* = \frac{Eh}{(1-\nu^2)} \left[ \frac{1-\nu}{2} v_0^c + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{u_m^{nc} + \nu m v_m^{ns} + \nu w_m^{nc} + \bar{q}_{1m}^c}{m} \sin(m\varphi) + \frac{u_m^{ns} - \nu m v_m^{nc} + \nu w_m^{ns} + \bar{q}_{1m}^s}{m} \cos(m\varphi) \right) \right],$$

**Заключение.** При расчете НДС круговой цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании, при принятых выше граничных условиях (3) реализуется чисто безмоментное напряженное состояние. Для круговой цилиндрической оболочки конечной длины, лежащей на упругом основании, получены формулы, отражающие влияние переменного давления на значения усилий, возникающих в срединной поверхности оболочки.

#### Литература:

1. Макеев, Е.М. К расчету цилиндрической оболочки, лежащей на упругом основании / Е.М. Макеев // Прочность и надежность конструкций. – Киев, 1978. – С. 87–93.
2. Новожилов, В.В. Теория тонких оболочек / В.В. Новожилов. – Ленинград: Судпромгиз, 1962. – 432 с.

### ОБНАРУЖЕНИЕ НИЗКОЛЕТЯЩЕГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

*Ковалевич В.В.,*

*курсант 3 курса УО «Военная академия Республики Беларусь», г. Минск, Республика Беларусь  
Научный руководитель – Иващенко И.А., канд. техн. наук, доцент*

Поступление на вооружение ведущих государств мира авиационных средств поражения большой дальности, в частности крылатых ракет (КР), оказало большое влияние на характер военных действий противоборствующих сторон. Военные исследователи в своих экскурсах прослеживают, как по мере внедрения и массового оснащения авиации КР повышалась их роль в вооруженных конфликтах и уменьшались возможности противодействия им сил и средств противовоздушной обороны (ПВО).

Снижение заметности КР осуществляется в различных участках электромагнитного спектра: радиолокационном, оптическом, инфракрасном и акустическом. Наибольшее внимание уделяется уменьшению радиолокационной заметности, поскольку в настоящее время основным средством обнаружения КР в системах ПВО являются радиолокационные станции. Известны и технические пути снижения радиолокационной заметности КР: совершенствование аэродинамических форм, применение новых конструкционных материалов и радиопоглощающих покрытий, уменьшение количества антенн и т. д. Поэтому резко снижается эффективность традиционных методов обнаружения КР. В этом случае перспективным является использование нетрадиционных методов обнаружения низколетящих летательных аппаратов, например, КР.

Применение нетрадиционных методов [1, 2] обнаружения основано на проявляющихся во время полета ракеты факторах, таких, как взаимная емкость и индуктивность, эквивалентное сопротивление, наведенный заряд, электромагнитное и акустическое излучение.

**Материал и методы.** В докладе представлена электроакустическая модель НЛА, на основе которой разработан способ и устройство его обнаружения.

**Результаты и их обсуждение.** Избыточный заряд на поверхности НЛА, возникающий при трении его поверхности о воздух, и заряд, перенесенный от сопла двигателя [3], порождают электрическое поле. Из-за высокого уровня акустических нагрузок и ударно-волновых давлений а также шума выхлопной струи реактивного двигателя при движении ракеты возникают акустические волны.

В инженерной практике для определения акустической мощности выхлопных струй турбореактивных двигателей используют выражение [4]:

$$P_s = k_s \frac{\rho_s^2 V_r^3 D^3}{\rho_s V_0^3}, \quad (2)$$

где  $k_s$  – коэффициент, определенный по результатам экспериментальных исследований [4] и равный  $1,5 \cdot 10^{-4}$ ;  $\rho_s$  – плотность газа струи;  $V_r$  – скорость истечения газа;  $D$  – диаметр