

# НЕОБХОДИМОСТЬ И ДОСТАТОЧНОСТЬ ПРИ МИНИМИЗАЦИИ КОЛИЧЕСТВА ПАРАМЕТРОВ РАЗДЕЛЕНИЯ В ОБОБЩЕННОМ МЕТОДЕ ФУРЬЕ

*В.А. Жизневский*  
*Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Построение аналитических решений уравнений Максвелла в целях математического моделирования и исследования электромагнитного поля в ряде неоднородных и нестационарных сред замыкается на проблему решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с функциональными коэффициентами или систем таких уравнений. Предлагается в [1] для решения подобных уравнений использовать обобщенный метод Фурье разделения переменных (ОМФ), при котором частные решения ищутся в виде:

$$\Psi(x, y) = \sum_{k=1}^S X_k(x) Y_k(y),$$

где  $S$  называют модификацией ОМФ, а метод обозначают ОМФ- $S$ . В этом случае задача сводится к построению решения билинейного функционального уравнения вида:

$$\sum_{k=1}^N f_k(x) g_k(y) = 0, \quad (1)$$

где  $N$ -определяется видом исходного дифференциального уравнения в частных производных с учетом представления частных решений.

При таком подходе возникает необходимость рассмотрения  $2^N$  систем переопределенных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), что вследствие многовариативности делает метод неалгоритмизируемым, что уменьшает его практическую значимость применительно к задачам прикладной электродинамики неоднородных и нестационарных сред. Данные исследования нацелены на обоснованное упрощение структуры разделенных ОДУ.

**Материал и методы.** Переопределенность систем ОДУ связана с избыточностью количества неопределенных коэффициентов в этих уравнениях, которые являются параметрами разделения переменных. В [2, 3] показана возможность обоснованного сокращения количества этих параметров. При доказательстве использовались свойства матриц параметров разделения построенных из систем разделенных уравнений для различных случаев соотношения между размерностью билинейного функционального уравнения ( $N$ ) и числом ( $r$ ) линейно-независимых функций определенных в качестве базисных. Для каждого из 5 возможных случаев такого соотношения определены специальные виды матриц, в которых избыточные коэффициенты обнуляются с использованием невырожденных унитарных преобразований. При этом количество коэффициентов, подлежащих определению, уменьшается до количества уравнений в разделенных системах по одной из переменных. Это позволяет однозначно найти их значения при наличии нетривиального решения на определенном классе функций. Возникает вопрос о возможности дальнейшего уменьшения параметров разделения. Другими словами надо определить необходимое и достаточное количество параметров разделения с точки зрения возможности получения нетривиального решения исходного уравнения.

**Результаты и их обсуждение.** Ответ на этот вопрос сформулирован в следующей лемме:

**Для нахождения нетривиального решения уравнения вида (1) количество значимых параметров разделения не может быть меньше:**

- 1)  $N - r$  для случая  $r \leq N/2$ ;
- 2)  $r$  для случая  $r \geq N/2$ .

Для доказательства использовался стандартный подход от обратного, при этом достаточно рассмотреть два случая.

В результате проведенных исследований свойств систем разделенных уравнений и входящих в их состав коэффициентов удалось обосновать необходимость и достаточность для всех случаев соотношения между  $N$  и  $r$ :

- при  $r = N/2$  возможно уменьшения количества коэффициентов с  $r^2$  до  $r$ . Например, для случая  $N = 8, r = 4$  вместо 16 коэффициентов достаточно найти 4;
- при  $r < N/2$  возможно уменьшения количества коэффициентов с  $(N - r) \times r$  до  $(N - 2r) \times r + r$ . Например, для случая  $N = 9, r = 3$  вместо 18 коэффициентов достаточно найти 12;
- при  $r > N/2$  возможно уменьшения количества коэффициентов с  $(N - r) \times r$  до  $(2r - N) \times (N - r) + (N - r)$ . Например, при  $N = 10, r = 6$  вместо 24 коэффициентов достаточно определить 12;
- при  $r < N/2$  возможно уменьшения количества коэффициентов с  $(N - 2r) \times r + r$  до  $N - r$ . Например, для случая  $N = 10, r = 3$  вместо 15 коэффициентов достаточно найти 7;
- при  $r > N/2$  позволяет уменьшить количество коэффициентов с  $(2r - N) \times (N - r) + (N - r)$  до  $r$ . Например, при  $N = 11, r = 6$  вместо 10 коэффициентов достаточно определить 6.

**Заключение.** В совокупности теоремы из [2, 3] и вышеприведенная лемма упростили построение решений разделенных уравнений, а следовательно и алгоритмизацию ОМФ с целью создания исследовательского проблемно-ориентированного программного обеспечения.

#### *Список литературы*

1. Андрушкевич, И.Е. Об одном обобщении метода Фурье разделения переменных / И.Е. Андрушкевич // Электромагнитные волны & Электронные системы. – 1998. – № 4. – Т. 3. – С. 4–17.
2. Жизневский, В.А. Новые возможности применения метода разделения переменных в электродинамике неоднородных и нестационарных сред / И.Е. Андрушкевич, В.А. Жизневский // «Вестник БГУ», серия «Физика. Математика. Информатика» – № 2. – 2006. – С.47–53.
3. Андрушкевич, И.Е. Дальнейшее развитие обобщенного метода Фурье разделения переменных / И.Е. Андрушкевич, В.А. Жизневский // Веснік Віцебскага дзяржаўнага ўніверсітэта. – № 4 (58). – 2010. – С. 19–23.

## **ЖЕСТОВЫЙ ИНТЕРФЕЙС В КОМПЬЮТЕРАХ НА БАЗЕ СТЕРЕОВИДЕОКАМЕРЫ НИЗКОГО РАЗРЕШЕНИЯ**

*Е.А. Краснобаев  
Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова*

Пользовательский интерфейс в компьютерах, а также в интеллектуальных бытовых приборах является способом взаимодействия человека с устройством, позволяет выполнять контроль и управление функциями прибора. Современные информационные технологии идут по пути усложнения и для их применения необходимо иметь все более глубокие познания. Это создает необходимость упрощать интерфейсы взаимодействия пользователя с устройствами. Интерфейс пользователя должен быть более дружественным и понятным даже для человека, не являющегося специалистом в области информационных технологий. В идеальном случае необходимо отказаться от манипуляционных устройств ввода информации и использовать интерфейсы, приближенные к обычной, человеческой форме общения: биометрические и речевые интерфейсы.