

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**ЭКОНОМЕТРИКА И ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ И МОДЕЛИ**

Оптимизация производственной программы

**Методические указания к лабораторным работам для студентов
экономических специальностей**



Витебск
2012

УДК 330.42/075

Эконометрика и экономико-математические методы и модели. Оптимизация производственной программы: методические указания к лабораторным работам для студентов экономических специальностей.

Витебск: Министерство образования Республики Беларусь, УО «ВГТУ», 2011.

Составители: асс. Деркаченко П.Г.,
асс. Мандрик О.Г.

Методические указания составлены в соответствии с типовой программой курса «Эконометрика и экономико-математические методы и модели». Рассмотрены вопросы общей постановки задач линейного программирования, критерия эффективности, понятия оптимального плана и оптимального планирования, а также анализ результатов расчета оптимальной производственной программы. Методические указания содержат оптимизационные модели рассматриваемых экономических показателей, решение задач с использованием ТП MS Excel и симплекс-методом. Могут быть использованы всеми категориями студентов, магистрантов, аспирантов, преподавателей и сотрудников.

Одобрено кафедрой информатики УО «ВГТУ»

5 мая 2011 г., протокол № 9

Рецензент: ведущий инженер-программист
ЦИТ УО «ВГТУ» Любочко Н.С.
Редактор: к.т.н., доц. Терентьев В.П.

Рекомендовано к опубликованию редакционно-издательским советом
УО «ВГТУ» « _____ » _____ 2011 г., протокол № _____

Ответственный за выпуск: Соколов И.В.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»

Подписано к печати _____ Формат _____ Уч.-изд. лист. _____

Печать ризографическая. Тираж _____ экз. Заказ № _____ Цена _____

Отпечатано на ризографе учреждения образования "Витебский государственный технологический университет".

Лицензия 02330/0494384 от 16 марта 2009 г.

210035, Витебск, Московский пр., 72.

СОДЕРЖАНИЕ

1	ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	4
2	КРИТЕРИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ.....	6
3	ПОНЯТИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНА И ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ.....	6
4	АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ.....	7
4.1	АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ.....	8
4.2	АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ (ВЫПУСКАЕМОЙ ПРОДУКЦИИ).....	9
4.3	АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЙ СПЕЦИАЛИЗАЦИИ ПРЕДПРИЯТИЯ (ПРЕДПРИЯТИЙ).....	9
4.4	АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОБОРУДОВАНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТАХ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОГРАММ.....	9
5	ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ	11
5.1	ОПТИМИЗАЦИЯ ОБЩЕЙ ТРУДОЕМКОСТИ ВЫПУСКАЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ.....	11
5.2	ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ.....	16
6	ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.....	23
	ЛИТЕРАТУРА.....	39
	ПРИЛОЖЕНИЯ.....	40

1 ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Линейное программирование – это один из разделов математического программирования, изучающий способы поиска (отыскания) максимума или минимума линейной функции нескольких переменных при наличии линейных ограничений, т.е. линейных равенств или неравенств, связывающих эти переменные.

К задачам оптимального планирования относится достаточно широкий круг задач оптимизации.

Задача оптимизации – это задача выбора таких условий и зависящих от них факторов, при которых критерий эффективности достигает экстремального значения.

Под *решением задач оптимизации* понимается процесс выбора таких значений переменных x , принадлежащих допустимой области D , которые обеспечивают оптимальное значение некоторой функции $F(x)$, *называемой целевой*.

Если целевая функция линейна, а область допустимых значений задается системой линейных уравнений или неравенств, то такая задача *является задачей линейного программирования*.

Модель задачи линейного программирования должна иметь вполне определенный вид: требуется найти максимум (минимум) значения целевой функции L при переменных x_1, x_2, \dots, x_n .

Общая математическая формулировка задачи линейного программирования выглядит следующим образом:

$$L(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \rightarrow \max(\min) \quad (1.1)$$

при соблюдении линейных ограничений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2; \\ \dots \dots \dots \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m. \end{cases} \quad (1.2)$$

Каждая из переменных не может принимать отрицательного значения, т.е.

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0. \quad (1.3)$$

В выражениях (1.1) и (1.2) коэффициенты a_{ij} и c_j при переменных и величины b_i – *постоянные числа*.

Решение системы уравнений (1.2) при выполнении условия (1.3) называется **допустимым решением задачи линейного программирования**.

Оптимальное решение – это допустимое решение, удовлетворяющее условию (1.1). Для нахождения оптимального решения следует иметь множество допустимых решений. Если число уравнений m в системе (1.2) равно числу переменных n , то такая система уравнений имеет только одно решение. В задачах линейного программирования число уравнений должно быть меньше числа переменных: $m < n$.

Все переменные, входящие в систему ограничений, должны быть и в целевой функции. Свободные члены b_1, b_2, \dots, b_m в системе ограничений должны быть положительными или равны нулю (≥ 0).

Достаточно часто ограничения (1.2) задаются в виде системы неравенств.

ВЫВОД: существует только одна переменная и ищется только один экстремум.

Требуется найти такое неотрицательное решение системы (1.2), т.е. $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$ (1.3), при котором функция $L(x)$ достигает максимума или минимума.

Функция (1.1) – целевая функция; уравнение (1.2) – ограничения данной функции; неравенство (1.3) – условие неотрицательности.

В сокращенной записи задача линейного программирования заключается в минимизации (максимизации) функции

$$L(x) = \sum_{j=1}^n c_j \times x_j, \quad (1.4)$$

при условиях, что

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \times x_j = b_i \quad (i = \overline{1, m}), \quad (1.5)$$

и

$$x_j \geq 0. \quad (1.6)$$

К типовым оптимизационным задачам линейного программирования можно отнести:

- оптимизация производственной программы;
- оптимизация раскроя материалов;
- оптимизация состава смеси;
- оптимизация перевозок;
- оптимизация финансовых показателей;
- оптимизация штатного расписания и т.п.

2 КРИТЕРИЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Эффективность операций представляет собой меру её соответствия поставленной цели. Чем ближе полученный результат оказался к запланированному, тем лучше была организована операция, тем она оказалась эффективней. **Количественной оценкой эффективности** является **критерий эффективности операций** – это показатель, который количественно измеряет степень пригодности ее к достижению намеченной цели, позволяющей определить сравнительные достоинства и недостатки различных вариантов организации операций. Обычно критерий эффективности записывается математически в виде **целевой функции**.

3 ПОНЯТИЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНА И ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ

Характерным для планово-производственных и экономических задач является множественность, вариантность возможных решений. Данную или эквивалентную в использовании продукцию можно получить различными способами. По-разному выбирать оборудование, технологии, сырье, организацию процесса. Если определены ресурсы, которыми мы располагаем, то наиболее эффективным будет вариант, дающий при этих ресурсах наиболее высокий производственный результат. Если заранее задан результат производства, то наиболее эффективным считается вариант, требующий наименьших затрат для достижения этого результата. Самый эффективный вариант **называется оптимальным вариантом**. **Оптимальным** является план (решение), обеспечивающий заданный производственный результат при минимальных затратах или максимальный производственный эффект (результат) при заданном объеме ресурсов. Нахождение оптимального плана **называется оптимальным планированием**.

Тот набор значений переменных, при котором достигается максимум или минимум целевой функции, **определяет оптимальный план**, а всякий набор, удовлетворяющий ограничениям, **определяет допустимый план**.

Оптимальный план всегда является допустимым, а допустимый план не всегда является оптимальным планом.

Модели оптимального планирования – это наиболее высокая степень, чем матричные модели. При единственном наборе исходных данных матричная модель имеет единственное решение, тогда как модель оптимального планирования может иметь неограниченное количество допустимых решений.

4 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ОПТИМАЛЬНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ

После того, как, исходя из конкретной экономико-математической модели, рассчитана оптимальная производственная программа, необходимо произвести анализ полученного решения. Анализ решения лучше всего производить, исследовав изменения следующих показателей:

- 1) экономических характеристик производственной программы предприятия;
- 2) структуры выпуска продукции (выпускаемой продукции);
- 3) специализации предприятия (предприятий);
- 4) использования оборудования.

Анализ оптимальной производственной программы позволяет выявить внутрипроизводственные ресурсы, имеющиеся на предприятии.

4.1 АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ

Размер улучшений экономических характеристик имеет вполне самостоятельное значение, но не как реальный размер выигрыша, а как показатель степени несоответствия выпуска и структуры ресурсов. Полученное математическое (машинное) решение не является окончательным, а лишь указывает направление, в котором должно быть принято хозяйственное решение. *Различные экономико-математические модели производственной программы являются* наилучшими с точки зрения того показателя, который выбран за критерий эффективности. Интерес представляет вопрос, как в каждом из вариантов экономико-математической модели производственной программы изменяются другие показатели и в какой степени происходит их улучшение или ухудшение.

Рассмотрим варианты, в которых за критерий эффективности берется максимум прибыли. При решении таких задач прибыль получается большей, чем планируется на предприятии.

Задача на максимум прибыли обеспечивает высокий выпуск товарной продукции в стоимостном выражении. Разница между вариантами максимальной прибыли и максимальной товарной продукции при всей их близости друг к другу вполне достаточна, чтобы имело смысл отдельно решать задачи с критериями на максимум прибыли и максимум выпуска продукции в стоимостном выражении.

Анализ решаемых задач показывает, что при решении задач на максимум прибыли величина затрат на один рубль товарной продукции является наилучшей по сравнению с решением задач по другим критериям. Задачи на максимум прибыли обеспечивают хорошую разгрузку оборудования по трудоемкости, в то же время следует отметить, что возможно появление резервов производственной мощности, особенно в тех задачах, где присутствует

ограничение на лимит сырья. Задачи на максимум прибыли характеризуются более широкой номенклатурой выпускаемой продукции, чем решение задач на минимум себестоимости.

Задачи на максимум выпускаемой продукции в стоимостном выражении близки к задачам на максимум прибыли. Они характеризуются значительным ростом себестоимости и низким уровнем выпускаемой продукции в натуральном выражении. Варианты на минимум себестоимости характеризуются самым большим уменьшением номенклатуры выпуска. Даже если в эти задачи включить ограничения на выпуск товарной продукции в стоимостном выражении типа больше или равно, то выпуск, как правило, не превышает планового. Выпуск товарной продукции в натуральном выражении чаще всего минимален по сравнению с другими вариантами критериев задач. Оптимизация производственной программы на минимум себестоимости более трудоемка. При увеличении годовых фондов рабочего времени оборудования наблюдается значительное снижение себестоимости продукции, увеличение трудоемкости программы и уменьшение номенклатуры выпуска. При одновременном увеличении ограничения на выпуск товарной продукции и годовых фондов наблюдается увеличение номенклатуры выпуска, трудоемкости программы и до определенного момента снижение затрат на 1 рубль товарной продукции.

В задачах на максимум выпускаемой продукции в натуральном выражении не обеспечивается плановый уровень выпуска товарной продукции в стоимостном выражении, если не введено специальное ограничение на этот показатель. Для этих задач характерна узкая номенклатура выпуска, самые высокие по сравнению с другими вариантами затраты на один рубль товарной продукции.

Задачи на наилучшую загрузку оборудования характеризуются широкой номенклатурой выпускаемой продукции, значительной прибылью, высоким уровнем товарной продукции в стоимостном выражении. По мере учета в различных вариантах задач оптимизации производственной программы ограничений на ассортимент выпускаемой продукции, будет увеличиваться номенклатура выпуска, а показатели по объему выпускаемой продукции, прибыли и себестоимости будут ухудшаться.

Сравнение различных вариантов задач показывает значительное преимущество программы, оптимизированной по критерию максимума прибыли, но это не означает, что всегда нужно выбирать именно этот критерий. Выбор критерия эффективности зависит от конкретных условий работы предприятия и от конкретной экономической ситуации.

4.2 АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ВЫПУСКА ПРОДУКЦИИ (ВЫПУСКАЕМОЙ ПРОДУКЦИИ)

В рассматриваемых нами моделях оптимальной производственной программы все улучшения, в сущности, получаются в результате изменения структуры выпускаемой продукции. Близость структур выпуска оптимальных производственных программ, рассчитанных исходя из различных критериев эффективности, прежде всего, зависит от структуры станочного парка. Прежде всего, следует подчеркнуть близость структур производственных программ, рассчитанных по критериям прибыли и себестоимости. Различные способы агрегирования изделий обуславливают существенные отличия в структурах оптимальных производственных программ, даже в задачах, решаемых по одному и тому же критерию. Для больших задач характерна близость структур производственных программ, рассчитанных по одному и тому же критерию, независимо от вида ограничений.

При решении оптимальных задач надо производить анализ оптимальной структуры.

4.3 АНАЛИЗ ИЗМЕНЕНИЙ СПЕЦИАЛИЗАЦИИ ПРЕДПРИЯТИЯ (ПРЕДПРИЯТИЙ)

Основной вопрос, который требует выяснения при анализе специализации предприятия, – это вопрос об отклонении оптимальной производственной программы от существующего плана выпускаемой продукции. Программы, близкие по своим структурам, могут отличаться с точки зрения специализации.

После проведения анализа оптимального плана необходимо дать рекомендации по специализации предприятия.

4.4 АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОБОРУДОВАНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ ВАРИАНТАХ ОПТИМАЛЬНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОГРАММ

При проведении анализа использования оборудования нужно выяснить:

1. Какие изменения произошли в структуре и количестве лимитирующего оборудования.
2. Какое количество оборудования необходимо перевести на 2, 3-сменную работу.
3. Дать рекомендации по увеличению станочного парка и оценить его эффективность.

В большинстве моделей, рассмотренных нами, парк оборудования предприятия оставался без изменения. Все улучшения достигаются за счет несколько иного использования оборудования. Изменения в специализации и структуре выпускаемой продукции должны быть связаны с изменением структуры лимитирующего оборудования.

Структура лимитирующего оборудования в оптимальных производственных программах сложнее, чем в плане предприятия. Она тесно связана со структурой выпускаемой продукции и специализацией предприятия. Структура выпуска определяет структуру лимитирующего оборудования. Находя оптимум того либо иного экономического показателя, мы определяем не только оптимальную структуру выпускаемой продукции и специализацию производства (предприятия), но и оптимальную структуру станочного парка предприятия. Кроме того, нужно исходя из эффективности изменения структуры станочного парка рассмотреть изменения других показателей: выпускаемой продукции, прибыли, себестоимости и т. д. Следует отметить малую эффективность расчета (решения) задачи только по одному критерию. Расчеты должны выполняться как минимум по 3-м критериям:

- 1) по критерию товарной продукции;
- 2) по критерию прибыли;
- 3) по критерию себестоимости.

То же относится и к ограничениям задачи. Их нужно менять в процессе расчета.

Недостаток: они статичны, т.е. отсутствует динамика.

5 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

5.1 ОПТИМИЗАЦИЯ ОБЩЕЙ ТРУДОЕМКОСТИ ВЫПУСКАЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ

Ткацкая фабрика планирует выработку следующих видов продукции: миткаля, сатина, бязи и тафты. Нормы расхода сырья приведены в таблице. Сбыт продукции гарантирован в любом соотношении отдельных артикулов. Объем продукции ограничен сырьевыми ресурсами. Требуется определить такой ассортимент тканей, который бы:

- позволил минимизировать общую трудоемкость вырабатываемых изделий;
- использовать все имеющиеся на складе сырьевые ресурсы.

Таблица 5.1 – Нормы расхода сырьевых ресурсов на единицу изделия

<i>Наименование показателя</i>	<i>Виды тканей</i>			
	<i>миткаль</i>	<i>сатин</i>	<i>бязь</i>	<i>тафта</i>
Удельный расход хлопчатобумажной пряжи на 1000 м ² ткани в кг (x100)	1	–	0,7	0,5
Удельный расход штапельной пряжи на 1000 м ² в кг (x100)	–	1	0,4	0,6
<i>Наличие пряжи на месяц</i>				
Хлопчатобумажная пряжа	600			
Штапельная пряжа	500			
Трудоемкость выработки ткани в чел-час	57	74	52	79

РЕШЕНИЕ

В данном случае требуется определить минимум целевой функции линейной формы вида:

$$L(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (5.1)$$

при условиях:

$$\sum_{i=1}^m t_{ij} x_{ij} \leq T_j, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (5.2)$$

где t_{ij} – трудоемкость единицы i -й продукции, выпускаемой j -м способом;

x_{ij} – количество продукции i -го вида, вырабатываемое на одном станке j -го вида;

T_j – общая трудоемкость рабочих, работающих на j -м оборудовании.

Необходимо определиться с экономической постановкой задачи. Для этого нужно выяснить, в чем заключаются цель задачи, за счет чего будем достигать поставленной цели, какими средствами ограничены.

1. Цель решаемой задачи (экономической ситуации). *Целью данной задачи является: минимизация общей трудоемкости выпускаемых изделий.*

2. За счет чего будет достигаться поставленная цель. Как правило, поставленные цели при решении экономических задач могут достигаться за счет 3-х направлений: 1 – производство (реализация) продукции; 2 – выполнение каких-либо работ; 3 – оказание каких-либо услуг.

В данной задаче не выполняются никакие работы и не оказываются никакие услуги, следовательно, *поставленная цель будет достигаться за счет объемов производства (реализации) продукции.*

3. Какими средствами ограничены. Так как в данной задаче у нас имеется наличие пряжи на месяц (хлопчатобумажная и штапельная пряжи), следовательно, мы *ограничены наличием сырьевых ресурсов.*

Выведем формулы с точки зрения экономики, которые нам понадобятся для дальнейшего расчета.

Общую трудоемкость (T_E) выпускаемых изделий можно найти по следующей формуле:

$$T_{E \text{ ОБЩАЯ}} = \sum_{i=1}^n T_{E \text{ ЕД}} \times V_{\text{ПР}}, \quad (5.3)$$

где $T_{E \text{ ОБЩАЯ}}$ – общая трудоемкость выпускаемых изделий, чел-час;

$T_{E \text{ ЕД}}$ – трудоемкость единицы изделия, чел-час;

$V_{\text{ПР}}$ – объем выпускаемой продукции (объем производства), шт., гр., кг и т. д.

Нормы расхода сырьевых ресурсов ($HPC_{V \text{ ПР}}$) на весь объем производства можно найти по следующей формуле:

$$HPC_{V_{\text{ПР}}} = \sum_{i=1}^n HPC_{\text{ЕД}} \times V_{\text{ПР}}, \quad (5.4)$$

где $HPC_{V \text{ ПР}}$ – норма расхода сырьевых ресурсов на весь объем производства, гр., кг., т., м, см., и т. д.;

$HPC_{\text{ЕД}}$ – норма расхода сырьевых ресурсов на единицу изделия, гр., кг., т., м, см., и т. д.;

$V_{\text{ПР}}$ – объем выпускаемой продукции (объем производства), шт., гр., кг и т. д.

Математическая постановка задачи. Она связана с определением неизвестных данных и введением переменных.

Так как в данной задаче поставленная цель достигается за счет объемов производства продукции и эти данные нам не даны, то неизвестным

показателем является объем производства, и в связи с этим необходимо ввести неизвестную переменную величину x .

Введем следующие обозначения и получим:

X_1 – планируемый объем выпуска миткаля (1000 м^2);

X_2 – планируемый объем выпуска сатина (1000 м^2);

X_3 – планируемый объем выпуска бязи (1000 м^2);

X_4 – планируемый объем выпуска тафты (1000 м^2).

Составляем экономико-математическую модель задачи, которая включает целевую функцию и систему линейных ограничений.

Составим целевую функцию, выражающую общую трудоемкость выпускаемых изделий:

$$L(x) = 57x_1 + 74x_2 + 52x_3 + 79x_4 \rightarrow \min .$$

Составим ограничения на имеющиеся ресурсы:

$$\begin{cases} \text{хлопчатобумажная пряжа} & \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 0,7x_3 + 0,5x_4 = 600; \\ \text{штапельная пряжа} & \left\{ \begin{array}{l} x_2 + 0,4x_3 + 0,6x_4 = 500; \\ x_i \geq 0, \quad (i = \overline{1;4}). \end{array} \right. \end{array} \right. \end{cases}$$

Экономико-математическая модель задачи составлена. Решим эту задачу с использованием надстройки «Поиск решения».

Прикладной программный продукт ТП Excel фирмы Microsoft содержит в своем составе достаточно мощное средство для решения задач оптимизации с учетом ограничений. Это так называемая утилита «**Поиск решения**» (см. рисунок 5.1). Прокомментируем некоторые аспекты работы с этой утилитой.

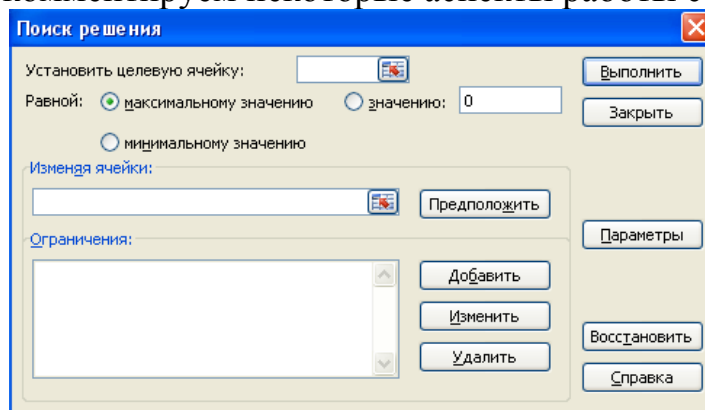


Рисунок 5.1 – Окно утилиты «Поиск решения»

Искомые переменные – ячейки рабочего листа Excel – *называются регулируемые ячейками*.

Целевая функция $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$, *называемая* иногда просто *целью*, должна задаваться в виде формулы в ячейке рабочего листа. Эта формула может содержать функции, определенные пользователем, и должна зависеть (ссылаться) от регулируемых ячеек. В момент постановки задачи определяется, что делать с целевой функцией. Возможен выбор одного из вариантов:

– *найти максимум целевой функции $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$;*

- найти минимум целевой функции $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$;
- добиться того, чтобы целевая функция $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$ имела фиксированное значение: $L(x_1, x_2, \dots, x_n) = a$.

Функции $G(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называются **ограничениями**. Их можно задать как в виде равенств, так и неравенств.

На регулируемые ячейки (искомые параметры – x_1, x_2, \dots, x_n) можно наложить дополнительные ограничения: неотрицательности и/или целочисленности, тогда решение ищется в области положительных и/или целых чисел.

Под эту постановку попадает самый широкий круг задач оптимизации, в том числе решение различных уравнений и систем уравнений, задачи линейного и нелинейного программирования.

Управление диалоговым окном утилиты «**Поиск решения**» (см. рисунок 5.1) осуществляется следующим образом.

Установить целевую ячейку – служит для указания целевой ячейки, значение которой необходимо максимизировать, минимизировать или установить равным заданному числу. Эта ячейка должна содержать формулу для вычисления целевой функции.

Равной – служит для выбора варианта оптимизации значения целевой ячейки (максимизация, минимизация или подбор заданного числа). Чтобы установить число, его необходимо ввести в поле.

Изменяя ячейки – служит для указания ячеек, значения которых изменяются в процессе поиска решения до тех пор, пока не будут выполнены наложенные ограничения и условие оптимизации значения ячейки, указанной в поле «**Установить целевую ячейку**». В этих ячейках должны содержаться переменные оптимизационной модели.

Ограничения – служат для отображения списка граничных условий поставленной задачи.

Выполнить – служит для запуска поиска решения поставленной задачи.

«**Поиск решения**» позволяет представить результаты в виде трех отчетов: **Результаты**, **Устойчивость** и **Пределы**.

Для генерации одного или нескольких отчетов выделяются их названия в окне диалога «**Результаты**» утилиты «**Поиск решения**».

Отчет по устойчивости содержит информацию о том, насколько целевая ячейка чувствительна к изменениям ограничений и переменных. Этот отчет имеет два раздела: один для изменяемых ячеек, а второй для ограничений.

Отчет по результатам содержит три таблицы: в первой приведены сведения о целевой функции до начала вычисления, во второй – значения искомым переменных, полученные в результате решения задачи, в третьей – результаты оптимального решения для ограничений. Кроме того, содержится информация о параметрах каждого ограничения: **статус** и **разница**. **Статус** может принимать три состояния: связанное, несвязанное или невыполненное. **Значение разницы** – это разность между значением, выводимым в ячейке

ограничения при получении решения, и числом, заданным в правой части формулы ограничения.

Отчет по пределам содержит информацию о том, в каких пределах значения изменяемых ячеек могут быть увеличены или уменьшены без нарушения ограничений задачи.

Постановка задачи в терминах рабочего листа *Excel* для использования утилиты «**Поиск решения**».

1. Разместим исходные данные на листе MS Excel.
2. В окне «**Поиск решения**» зададим целевую ячейку, изменяемые ячейки и ограничения (рисунок 5.2).

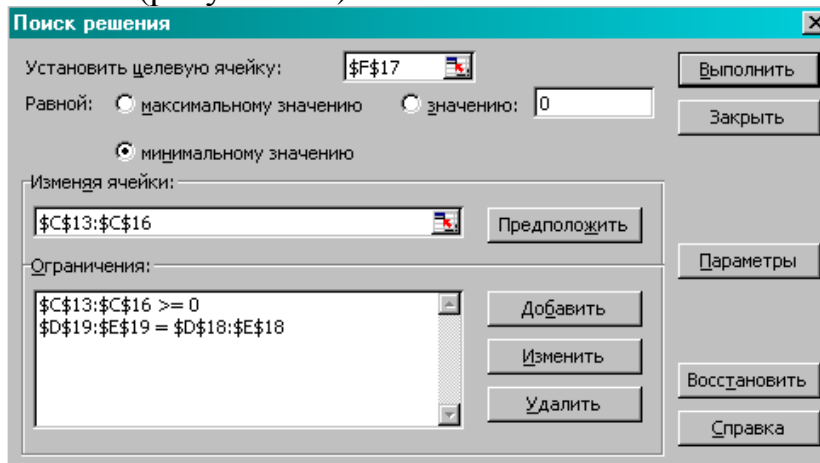


Рисунок 5.2 – Окно утилиты «Поиск решения» задачи

В приложениях 1 и 2 представлены результаты работы утилиты «**Поиск решения**».

ВЫВОД: для того, чтобы общая трудоемкость выпускаемых изделий была минимальной и равнялась 56200 чел.-час., фабрике необходимо выпускать продукцию в следующем ассортименте: 15714 м² сатина и 85714 м² бязи. Остальные виды продукции не производить. При этом имеющиеся на предприятии сырьевые ресурсы будут использованы полностью.

5.2 ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ

Трикотажная фабрика предполагает предложить потребителям полотна 150 и 90 артикулов. Требуется определить ассортимент указанных тканей, позволяющий фабрике получить максимальную прибыль на имеющемся оборудовании (машины Текстима и Кокетт). При этом следует определить, какие артикулы трикотажного полотна и в каких объемах нужно выпускать на каждой из машин. Исходные данные к задаче приведены в таблицах 5.2, 5.3.

Таблица 5.2 – Нормы фактической производительности и величины прибыли на единицу изделия

Артикулы полотна	Величина прибыли в тыс. руб. при выработке 1 т полотна на машине		Фактическая производительность в кг/час машины	
	Текстима	Кокетт	Текстима	Кокетт
150	13,40	13,46	2,42	3,76
90	7,06	7,17	4,08	7,66

Таблица 5.3 – Фонды машинного времени работы имеющегося оборудования (по видам машин)

Машины	Фонд машинного времени, в маш/час
Текстима	9305
Кокетт	6534

РЕШЕНИЕ

Для решения такого рода задач обычно используют линейное программирование, поскольку в данном случае требуется определить максимум целевой функции линейной формы вида:

$$L(x) = \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \max, \quad (5.5)$$

при условиях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (5.6)$$

- где p_j – прибыль от реализации единицы продукции j -го вида;
 x_j – количество продукции (объем производства) j -го вида;
 a_{ij} – нормы затрат запаса i -го ресурса, на единицу продукции j -го вида;
 b_i – общий запас i -го ресурса.

Определим экономическую постановку задачи, для этого выясним следующие основные моменты:

1. Цель задачи.
2. За счет чего будем достигать поставленной цели.
3. Какими средствами ограничены.

Целью данной задачи является: получение максимальной прибыли от реализации выпускаемой продукции.

Достигать поставленную цель необходимо за счет объемов производства (реализации) продукции.

Так как по условию задачи даны фонды машинного времени работы оборудования, следовательно, *ограничены фондом машинного времени.*

Выведем формулы с точки зрения экономики, которые нам понадобятся для дальнейшего расчета.

Общую прибыль ($\Pi_{\text{ОБЩАЯ}}$), получаемую от реализации выпускаемой продукции можно найти по следующей формуле:

$$\Pi_{\text{ОБЩАЯ}} = \sum_{i=1}^n \Pi_{\text{ЕД}} \times V_{\text{ПР}}, \quad (5.7)$$

где $\Pi_{\text{ОБЩАЯ}}$ – общая прибыль, получаемая от реализации выпускаемой продукции, тыс. руб., млн. руб. и т. д.;

$\Pi_{\text{ЕД}}$ – прибыль от реализации единицы изделия, тыс. руб.;

$V_{\text{ПР}}$ – объем выпускаемой продукции (объем производства), шт., гр., кг и т. д.

Фонд машинного времени работы имеющегося оборудования ($\Phi\text{МВ}_{V_{\text{ПР}}}$) на весь объем производства можно найти по следующей формуле:

$$\Phi\text{МВ}_{V_{\text{ПР}}} = \sum_{i=1}^n \text{НР}_{\text{маш/час}} \times V_{\text{ПР}}, \quad (5.8)$$

где $\Phi\text{МВ}_{V_{\text{ПР}}}$ – фонд машинного времени работы имеющегося оборудования на весь объем производства, маш/час;

$\text{НР}_{\text{маш/час}}_{\text{ЕД}}$ – нормы расхода маш/час на единицу изделия, маш/час;

$V_{\text{ПР}}$ – объем выпускаемой продукции (объем производства), шт., гр., кг и т. д.

Теперь определим математическую постановку задачи. Так как в данной задаче поставленная цель достигается за счет объемов производства продукции и эти данные нам не даны, то неизвестным показателем является объем производства, и в связи с этим необходимо ввести неизвестную переменную величину x .

Введем следующие обозначения и получим:

X_1 – планируемый выпуск трикотажного полотна артикула 150 на машине Текстима (т);

X_2 – планируемый выпуск трикотажного полотна артикула 90 на машине Текстима (т);

X_3 – планируемый выпуск трикотажного полотна артикула 150 на машине Кокетт (т);

X_4 – планируемый выпуск трикотажного полотна артикула 90 на машине Кокетт (т).

Составим экономико-математическую модель задачи, которая состоит из целевой функции и ограничений. Целевая функция в данном случае выражает общую прибыль, получаемую от реализации выпускаемой продукции, т. е.

$$L(x) = 13,4x_1 + 7,06x_2 + 13,46x_3 + 7,17x_4 \rightarrow \max.$$

Ограничения здесь составляются на фонд машинного времени имеющегося оборудования:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Для машины Текстима} \\ \text{Для машины Кокетт} \end{array} \right\} \begin{cases} \frac{1000x_1}{2,42} + \frac{1000x_2}{4,08} \leq 9305; \\ \frac{1000x_3}{3,76} + \frac{1000x_4}{7,66} \leq 6534; \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{cases}$$

Составленная нами экономико-математическая модель представляет общую задачу линейного программирования. Решим ее при помощи симплекс-метода (I этап), а также с помощью утилиты «Поиск решения» табличного процессора MS Excel (II этап).

I ЭТАП (решение задачи с помощью симплекс-метода)

Оптимизационные задачи линейного программирования могут быть решены **симплекс-методом**.

Алгоритм симплекс-метода

1) Преобразуем ограничения-неравенства в равенства путем ввода в каждое из них по дополнительной переменной с коэффициентом «+1» (поскольку между левой и правой частями ограничений стоит знак \leq). В дальнейшем эти переменные будут использоваться как **исходный базис**. Таким образом, в первое ограничение мы добавим положительную величину x_5 , а во второе – положительную величину x_6 .

$$\begin{cases} 413,22x_1 + 245,09x_2 + x_5 = 9305; \\ 265,96x_3 + 130,55x_4 + x_6 = 6534; \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0. \end{cases}$$

Так как неизвестные x_5 и x_6 выражают неиспользуемое время работы соответствующего оборудования и, следовательно, не влияют на прибыль, то в целевую функцию эти неизвестные входят с нулевыми коэффициентами

$$L(x) = 13,4x_1 + 7,06x_2 + 13,46x_3 + 7,17x_4 + 0x_5 + 0x_6 \rightarrow \max .$$

2) Преобразуем целевую функцию во **вспомогательную целевую функцию**:

$$\max L = -\min(-L); \quad (5.9)$$

$$-L = -13,4x_1 - 7,06x_2 - 13,46x_3 - 7,17x_4;$$

$$-L + 13,4x_1 + 7,06x_2 + 13,46x_3 + 7,17x_4 = 0 \text{ (min)}.$$

3) На основе преобразованных ограничений и вспомогательной целевой функции строятся симплекс-таблицы, в которых вспомогательные переменные поочередно выводятся из базиса, при этом, после каждого перехода к следующей симплекс-таблице, новое решение будет все ближе к оптимальному. Решение считается оптимальным, если в симплекс-таблице все коэффициенты вспомогательной целевой функции, а также значение ее свободного члена будут неположительны (строки $-L$ таблицы 5.4). В этом случае значения переменных, находящихся в базисе будут являться искомыми величинами, а значение $-\min(-L) = \max(L)$ – максимально возможным, при имеющихся ограничениях, значением целевой функции.

Рассмотрим построение симплекс-таблиц (таблица 5.4).

Таблица 5.4 – Симплекс-таблица

<i>Базисные неизвестные</i>	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	<i>Свободный член</i>
X_5	413,22	245,09	0	0	1	0	9305
X_6	0	0	265,96	130,55	0	1	6534
$-L$	13,4	7,06	13,46	7,17	0	0	0
X_5	413,22	245,09	0	0	1	0	9305
X_3	0	0	1	0,49	0	0,004	24,57
$-L$	13,4	7,06	0	0,57	0	-0,05	-330,71
X_1	1	0,59	0	0	0,002	0	22,52
X_3	0	0	1	0,49	0	0,004	24,57
$-L$	0	-0,85	0	0,57	-0,027	-0,05	-632,48
X_1	1	0,59	0	0	0,002	0	22,52
X_4	0	0	2,04	1	0	0,008	50,14
$-L$	0	-0,85	-1,16	0	-0,027	-0,054	-661,06

Чтобы получить первую строчку второй таблицы, переписываем первую строчку первой таблицы. Для того чтобы получить вторую строчку второй

таблицы, делим вторую строчку первой таблицы на 265,96. Чтобы получить третью строчку второй таблицы, нужно вторую строчку второй таблицы умножить на 13,46 и вычесть из третьей строчки первой таблицы.

Чтобы получить первую строчку третьей таблицы, делим первую строчку второй таблицы на 413,22. Чтобы получить вторую строчку третьей таблицы, переписываем вторую строчку второй таблицы. Чтобы получить третью строчку третьей таблицы, нужно первую строчку третьей таблицы умножить на 13,4, и вычесть из третьей строчки второй таблицы.

Чтобы получить первую строчку четвертой таблицы переписываем первую строчку третьей таблицы. Чтобы получить вторую строчку четвертой таблицы, делим вторую строчку третьей таблицы на 0,49. Чтобы получить третью строчку четвертой таблицы, умножаем вторую строчку четвертой таблицы на 0,57 и вычитаем из третьей строки третьей таблицы.

В результате в четвертой симплекс-таблице получили в строке $-L$ все коэффициенты ≤ 0 . Значит план оптимальный и задача решена.

$X_1 = 22,52 \text{ т}$ – выпуск трикотажного полотна артикула 150 на машине Текстима;

$X_2 = 0 \text{ т}$ – выпуск трикотажного полотна артикула 90 на машине Текстима;

$X_3 = 0 \text{ т}$ – выпуск трикотажного полотна артикула 150 на машине Кокетт;

$X_4 = 50,14 \text{ т}$ – выпуск трикотажного полотна артикула 90 на машине Кокетт;

$X_5 = 0 \text{ т}$ – дополнительно вводимая положительная величина;

$X_6 = 0 \text{ т}$ – дополнительно вводимая положительная величина.

$L(x) = -661,06 \text{ тыс. руб.}$ – прибыль общая, получаемая от реализации всех видов изделий.

$$\max L = -\min(-L) = 661,06,$$

т.е. для получения максимальной прибыли 661,06 тыс. руб. трикотажной фабрике необходимо выпускать трикотажного полотна артикула 150 на машине Текстима в объеме 22,52 т.

Полотно артикула 90 на машине Текстима не выпускать.

Полотно артикула 150 на машине Кокетт не выпускать.

Полотно артикула 90 на машине Кокетт выпускать в объеме 50,14 т.

Проведем анализ использования оборудования

Машина Текстима используется для выпуска 22,52 т полотна артикула 150; полотно артикула 90 на машине не выпускается, следовательно, будет затрачено

$$\frac{1000 \times 22,52}{2,42} \approx 9306 \text{ маш / час},$$

и фонд рабочего времени машины Текстима будет использоваться сверх установленного лимита, т. к.

$9305 - 9306 = -1 \text{ маш/час}$ – будет использоваться сверх установленного лимита.

Машина Кокетт используется для выпуска 50,14 т полотна артикула 90, а полотно артикула 150 на машине Кокетт не выпускается, следовательно, будет затрачено

$$\frac{1000 \times 50,14}{7,66} \approx 6546 \text{ маш/час},$$

и фонд рабочего времени машины Кокетт будет использоваться сверх установленного лимита, т. к.

$6534 - 6546 = -12 \text{ маш/час}$ – будет использоваться сверх установленного лимита.

ВЫВОД: таким образом, для получения максимальной прибыли, равной 661,06 тыс. руб., трикотажной фабрике рекомендуется выпускать 22,52 т трикотажного полотна артикула 150 на машине Текстима и 50,14 т трикотажного полотна артикула 90 на машине Кокетт. Остальные виды продукции не производить. При этом имеющийся фонд рабочего времени машины Текстима будет использоваться сверх установленного лимита на 1 маш/час., а фонд рабочего времени машины Кокетт будет использоваться сверх установленного лимита на 12 маш/час.

II ЭТАП (решение задачи с помощью утилиты «Поиск решения»)

Постановка задачи в терминах рабочего листа *Excel* для использования утилиты «Поиск решения».

3. Разместим исходные данные на листе MS Excel.

4. В окне «Поиск решения» зададим целевую ячейку, изменяемые ячейки и ограничения (рисунок 5.3).

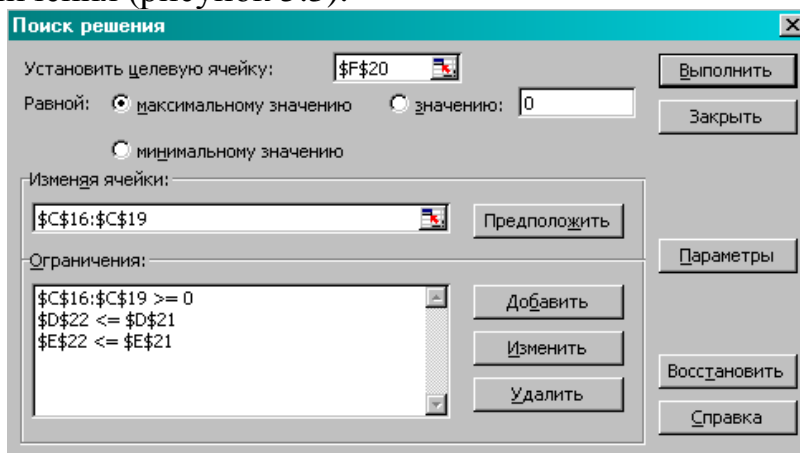


Рисунок 5.3 – Окно утилиты «Поиск решения» задачи

В приложениях 3 и 4 представлены результаты работы утилиты «*Поиск решения*».

Таким образом, для получения максимальной прибыли, равной 660,60 тыс. руб., трикотажной фабрике рекомендуется выпускать 22,52 т трикотажного полотна артикула 150 на машине Текстима и 50,05 т трикотажного полотна артикула 90 на машине Кокетт. Остальные виды продукции не производить. При этом имеющиеся фонды рабочего времени машин Текстима и Кокетт будут использованы полностью.

6 ВАРИАНТЫ ЗАДАЧ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ТЕМА. ОПТИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ ОТ РЕАЛИЗАЦИИ ВЫПУСКАЕМЫХ ИЗДЕЛИЙ

ВАРИАНТ 1. Фабрика имеет в своем распоряжении определенное количество ресурсов: рабочую силу, деньги, сырье, оборудование, производственные площади и т.п. Ресурсы трех видов – рабочая сила, сырье и оборудование – имеются в количестве соответственно 80 чел/дней, 480 кг, 130 станко-часов. Фабрика может выпускать ковры четырех видов. Информация о количестве единиц каждого ресурса, необходимых для производства одного ковра каждого вида, и доходах, получаемых предприятием от единицы каждого вида товаров, приведена в таблице.

<i>Ресурсы</i>	<i>Нормы расхода ресурсов на единицу изделия</i>				<i>Наличие ресурсов</i>
	<i>Ковер А</i>	<i>Ковер В</i>	<i>Ковер С</i>	<i>Ковер D</i>	
<i>Труд</i>	7	2	2	6	80
<i>Сырье</i>	5	8	4	3	480
<i>Оборудование</i>	2	4	1	8	130
<i>Цена (тыс. руб.)</i>	3	4	3	1	–

Требуется найти такой план выпуска продукции, при котором общая стоимость продукции будет достигать максимального значения.

ВАРИАНТ 2. Предприятие имеет запасы 4-х видов ресурсов (мука, жиры, сахар, финансы), с которых производится 2 вида продуктов (хлеб и батон). Известны: нормы расходов ресурсов на производство единицы продукции, запасы ресурсов, цены продуктов, спрос на хлеб (см. табл.).

Необходимо определить оптимальный план производства, при котором доход от реализации произведенной продукции должен быть максимальным.

<i>Ресурсы</i>	<i>Хлеб</i>	<i>Батон</i>	<i>Запасы</i>
<i>Мука</i>	0,6	0,5	120
<i>Жиры</i>	0,05	0,08	70
<i>Сахар</i>	0,2	0,6	65
<i>Финансы</i>	0,2	0,24	50
<i>Цена</i>	0,99	1,21	–

ВАРИАНТ 3. Мини-завод производит два популярных безалкогольных напитка: «Живая вода» и «Доброе утро». Объем выпуска ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью технологического оборудования. Для производства 1 л «Живой воды» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л «Доброго утра» – 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 10 г и 40 г на 1 л «Живой

воды» и «Доброго утра» соответственно. Ежедневно в распоряжении предприятия имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Доход составляет 0,1 ед. стоимости на 1 л «Живой воды» и 0,3 ед. стоимости на 1 л «Доброго утра».

Определить, какой объем продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель предприятия заключается в максимизации прибыли.

ВАРИАНТ 4. Фабрика «Турпищепром» выпускает два вида консервированных продуктов питания: «Завтрак туриста» и «Обед туриста». Используемые для производства ингредиенты не являются дефицитными. Основным ограничением, накладываемым на объем выпуска, является наличие фонда рабочего времени в каждом из трех цехов. Соответствующая информация приведена в таблице.

<i>Цех</i>	<i>Необходимый фонд рабочего времени, чел-час на тонну</i>		<i>Общий фонд рабочего времени, чел-час в месяц</i>
	<i>«Завтрак туриста»</i>	<i>«Обед туриста»</i>	
<i>№ 1. Производство</i>	4	10	1000
<i>№ 2. Добавка приправ</i>	2	3	360
<i>№ 3. Упаковка</i>	5	2	600
<i>Прибыль от реализации одной тонны, \$</i>	75	150	–

Необходимо определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения.

ВАРИАНТ 5. Для изготовления двух видов продукции используется три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от реализации каждого продукта приведены в таблице.

<i>Тип сырья</i>	<i>Нормы расхода сырья на одно изделие</i>		<i>Запасы сырья</i>
	<i>А</i>	<i>Б</i>	
<i>I</i>	2	1	65
<i>II</i>	1	2	74
<i>III</i>	2	4	280
<i>Прибыль от реализации единицы изделия</i>	5	7	–

Необходимо:

– определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения;

– определить, как изменится общая прибыль и план производства при увеличении запасов сырья I и II вида на 8 и 10 единиц соответственно и одновременном уменьшении на 5 единиц запасов сырья III вида;

– определить целесообразность включения в план изделия «Д», на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья; ожидаемая прибыль – 10 единиц на одно изделие.

ВАРИАНТ 6. На основании информации, приведенной в таблице, определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения.

<i>Ресурсы</i>	<i>Нормы затрат ресурсов на единицу продукции</i>			<i>Запасы</i>
	<i>I вид</i>	<i>II вид</i>	<i>III вид</i>	
<i>Труд</i>	1	4	3	200
<i>Сырье</i>	1	1	2	80
<i>Оборудование</i>	1	1	2	140
<i>Цена</i>	40	60	80	–

Необходимо:

– определить, как изменится общая стоимость продукции и план выпуска при увеличении запасов сырья на 18 единиц;

– определить целесообразность включения в план изделия четвертого вида ценой 70 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида ресурсов.

ВАРИАНТ 7. Фабрика выпускает три вида тканей. Суточные ресурсы фабрики, их расход на единицу ткани и цена 1 метра выпускаемой продукции представлены в таблице.

<i>Ресурсы</i>	<i>Нормы затрат на производство 1 м ткани</i>			<i>Суточный лимит</i>
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	
<i>Оборудование</i>	2	700	4	700
<i>Сырье</i>	1	800	5	800
<i>Электроэнергия</i>	3	600	2	600
<i>Цена</i>	8	7	6	–

Необходимо:

– определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения;

– определить, как изменится общая стоимость выпускаемой продукции и план производства, если суточный лимит использования электроэнергии увеличится на 50 единиц;

– определить целесообразность включения в производственную программу ткани нового вида ценой 9 единиц, для производства 1 м которой требуется по 3 единицы оборудования и электроэнергии и 4 единицы сырья.

ВАРИАНТ 8. Предприятие выпускает три вида изделий, используя при этом три вида сырья (данные представлены в таблице).

<i>Тип сырья</i>	<i>Нормы затрат на единицу продукции, кг</i>			<i>Запасы сырья, кг</i>
	I	II	III	
<i>I</i>	18	15	12	360
<i>II</i>	6	4	8	192
<i>III</i>	5	3	3	180
<i>Цена изделия, \$</i>	9	10	16	–

Необходимо:

– определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения;

– определить, как изменится общая стоимость выпускаемой продукции и план выпуска, если запас сырья I вида увеличить на 45 кг, а II – уменьшить на 9 кг;

– определить, целесообразно ли включение в производственную программу изделия «Г» ценой 11 \$, если нормы затрат сырья составляют 9, 4 и 6 кг соответственно.

ВАРИАНТ 9. Предприятие выпускает 4 вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты на изготовление единицы продукции приведены в таблице; там же указан общий фонд рабочего времени и цена изделия каждого вида.

<i>Тип оборудования</i>	<i>Нормы затрат времени на одно изделие, ч</i>				<i>Общий фонд рабочего времени, ч</i>
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>Г</i>	
<i>Токарное</i>	2	1	1	3	300
<i>Фрезерное</i>	1	0	2	1	70
<i>Шлифовальное</i>	1	2	1	0	340
<i>Цена изделия, \$</i>	8	3	2	1	–

Необходимо:

– определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения;

– определить, как изменится общая стоимость выпускаемой продукции и план выпуска, если фонд времени шлифовального оборудования увеличится на 24 часа;

– определить, целесообразно ли выпускать изделие «Д» ценой 11 \$, если нормы затрат времени – 8, 2 и 2 ч соответственно.

ВАРИАНТ 10. Для изготовления четырех видов продукции используется три вида сырья. Запасы, нормы расхода сырья и прибыль от реализации единицы каждого продукта приведены в таблице.

<i>Тип сырья</i>	<i>Нормы расхода сырья на одно изделие, кг</i>				<i>Запасы сырья, кг</i>
	<i>А</i>	<i>Б</i>	<i>В</i>	<i>Г</i>	
<i>I</i>	2	1	0,5	4	2400
<i>II</i>	1	5	3	0	1200
<i>III</i>	3	0	6	1	3000
<i>Прибыль на ед. продукции, \$</i>	7,5	3	6	12	–

Необходимо:

– определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения;

– определить, как изменится прибыль и план выпуска продукции, если запас сырья первого вида увеличить на 100 кг, а второго – уменьшить на 150 кг;

– определить целесообразность включения в производственную программу модифицированного варианта изделия «А», если цена такого изделия 10 \$, а нормы расхода сырья – 2, 4 и 3 кг.

ВАРИАНТ 11. На предприятии выпускается три вида изделий. При этом используется три вида сырья (данные представлены в таблице).

<i>Тип сырья</i>	<i>Нормы затрат на единицу продукции, кг</i>			<i>Запасы сырья, кг</i>
	<i>I вид</i>	<i>II вид</i>	<i>III вид</i>	
<i>I</i>	1	2	1	430
<i>II</i>	3	0	2	460
<i>III</i>	1	4	0	420
<i>Цена изделия, \$</i>	3	2	5	–

Необходимо:

– определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения;

– определить, как изменится общая стоимость выпускаемой продукции и план выпуска, если запас сырья I вида уменьшить на 10 кг, а II вида – увеличить на 20 кг;

– определить, целесообразно ли выпускать изделие IV вида ценой 7 \$, если нормы затрат сырья – 2, 4 и 3 кг.

ВАРИАНТ 12. При изготовлении изделий И1 и И2 используются сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство единицы изделия И1 требуется 300 и 200 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 10 и 20 кг соответственно стали и цветных металлов.

Для производства единицы изделия И2 требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов.

Прибыль от реализации единицы изделия И1 составляет 6 руб. и от единицы изделия И2 – 16 руб.

Необходимо определить количество выпускаемой продукции, при котором прибыль от ее реализации должна достигать максимального значения. При этом время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.

ТЕМА. ОПТИМИЗАЦИЯ ЗАТРАЧИВАЕМЫХ РЕСУРСОВ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ

ВАРИАНТ 1. Госпиталь стремится минимизировать стоимость мясного питания. Больничный рацион должен содержать 600 г жирного мяса на человека в неделю. Говядина стоимостью 17000 руб. за 1 кг содержит 20 % жирной части. Свинина стоимостью 21000 руб. за 1 кг содержит 60 % жирной части. Баранина стоимостью 23000 руб. за 1 кг содержит 30 % жирной части. Госпиталь имеет холодильную площадь не более чем на 360 кг мяса. В госпитале на мясной диете 200 пациентов.

Необходимо определить, сколько кг мяса каждого вида необходимо еженедельно покупать для того, чтобы обеспечить необходимую калорийность рациона при минимальных расходах.

ВАРИАНТ 2.

Ткацкая фабрика планирует выработку 5-ти видов ткани. Нормы расхода сырья приведены в таблице. Сбыт продукции гарантирован в любом

соотношении отдельных артикулов. Объем продукции ограничен сырьевыми ресурсами.

Требуется определить такой ассортимент тканей, который бы минимизировал общую трудоемкость вырабатываемых изделий и позволил полностью израсходовать имеющиеся на складе сырьевые ресурсы.

	<i>Ткань 1</i>	<i>Ткань 2</i>	<i>Ткань 3</i>	<i>Ткань 4</i>	<i>Ткань 5</i>
<i>Удельный расход сырья вида 1 на 1 т ткани в кг</i>	100	5	70	50	80
<i>Удельный расход сырья вида 2 на 1 т ткани в кг</i>	10	100	40	60	5
<i>Удельный расход сырья вида 3 на 1 т ткани в кг</i>	60	90	40	5	0
<i>Наличие пряжи на месяц в тоннах</i>					
<i>Сырье вида 1</i>	90				
<i>Сырье вида 2</i>	120				
<i>Сырье вида 3</i>	80				
<i>Трудоемкость выработки 1 т ткани в чел-час</i>	58	75	54	82	43

ВАРИАНТ 3. Три предприятия выпускают 3 вида продукции из сырья 2-х видов. Объемы сырья на 1-м предприятии составляют 250 и 150 кг, на 2-м – 100 и 200 кг, на 3-м – 240 и 300 кг. Нормы расхода сырья и себестоимость единицы продукции приведены в таблице.

<i>Предприятия</i>	<i>Продукция А</i>			<i>Продукция Б</i>			<i>Продукция В</i>		
	<i>нормы затрат</i>		<i>себестоимость</i>	<i>нормы затрат</i>		<i>себестоимость</i>	<i>нормы затрат</i>		<i>себестоимость</i>
	<i>сырье I</i>	<i>сырье II</i>		<i>сырье I</i>	<i>сырье II</i>		<i>сырье I</i>	<i>сырье II</i>	
<i>1</i>	2	4	2	1,1	2	8	2,5	3	5
<i>2</i>	1,5	5	3	1,6	3	7	2,2	2,5	6
<i>3</i>	2,2	3	2,5	1,2	2,4	9	2,4	4,2	7
<i>План выпуска</i>	300			170			250		

Необходимо определить, какой объем продукции каждого вида должны выпускать предприятия для выполнения производственной программы при минимальной себестоимости.

ВАРИАНТ 4. Имеется 3 сорта бумаги в количествах 10, 8 и 5 т, которые можно использовать на издания 4-х книг тиражом 8000, 6000, 15000 и 10000 экземпляров. Расход бумаги на 1 книгу составляет 0,6, 0,8 и 0,5 кг. Себестоимость книги (в центах) при использовании *i*-го сорта бумаги приведена в таблице.

<i>Сырьевые ресурсы</i>	<i>Книга 1</i>	<i>Книга 2</i>	<i>Книга 3</i>	<i>Книга 4</i>
<i>Бумага вида 1</i>	24	16	32	25
<i>Бумага вида 2</i>	18	24	24	20
<i>Бумага вида 3</i>	30	24	16	20

Необходимо определить, при каком минимальном расходе бумаги будет обеспечено издание книг в требуемых количествах.

ВАРИАНТ 5. На ферме требуется выполнить следующие типы работ: культивацию пара, подъем пара, культивацию пропашных, сенокос. Работа выполняется при помощи тракторов ДТ-75, «Беларусь» и Т-25. Сезонная норма выработки составляет: для трактора ДТ-75 – 4000 га, для трактора «Беларусь» – 2400 га и для Т-25 – 750 га.

Парк тракторов на ферме: ДТ-75 – 10 машин; «Беларусь» – 8 машин; Т-25 – 5 машин.

Себестоимости и объемы работ приведены в таблице.

<i>Вид работы</i>	<i>Себестоимость</i>			<i>Объем работ, га</i>
	<i>ДТ-75</i>	<i>«Беларусь»</i>	<i>Т-25</i>	
<i>Культивация</i>	4,5	4,2	5	1200
<i>Подъем пара</i>	3	3,5	–	4000
<i>Культивация пропашных</i>	4	4,5	–	350
<i>Сенокос</i>	3,5	3	4,2	1000

Требуется распределить работы между тракторами так, чтобы они были выполнены с минимальной себестоимостью.

ВАРИАНТ 6. Для производства 3-х видов изделий предприятие использует 4 типа взаимозаменяемого оборудования. Требуется изготовить 150 ед. изделий 1-го вида, 200 ед. изделий 2-го вида, 280 ед. изделий 3-го вида. Оборудование первого типа может быть задействовано не более чем на 8400 часов, второго типа – не более чем на 6500 часов, третьего типа – не более чем на 6500 часов, четвертого типа – не более чем на 5900 часов. Себестоимости изделий приведены в таблице. Время изготовления изделий составляет соответственно 6, 5, 4 и 5,2 часа.

<i>Вид оборудования</i>	<i>Себестоимость изделия, млн. руб.</i>		
	<i>1 вид</i>	<i>2 вид</i>	<i>3 вид</i>
<i>1 тип</i>	7	8	7
<i>2 тип</i>	5	6	10
<i>3 тип</i>	8	11	5
<i>4 тип</i>	4	7	6

Необходимо определить количество изготавливаемых изделий при условии минимизации их себестоимости.

ВАРИАНТ 7. Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку ежедневно необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей.

Количество питательных веществ, содержащихся в 1 кг каждого потребляемого продукта, а также цена 1 кг продукта приведены в таблице.

<i>Питательные вещества</i>	<i>Содержание питательных веществ в 1 кг продукта, г</i>						
	<i>Мясо</i>	<i>Рыба</i>	<i>Молоко</i>	<i>Масло</i>	<i>Сыр</i>	<i>Крупа</i>	<i>Картофель</i>
<i>Белки</i>	180	190	30	10	260	130	21
<i>Жиры</i>	20	3	40	865	310	30	2
<i>Углеводы</i>	–	–	50	6	20	650	200
<i>Минеральные соли</i>	9	10	7	12	60	20	10
<i>Цена 1 кг продукта, руб.</i>	22000	15000	3800	5400	20000	5000	2000

Необходимо составить полноценный дневной рацион человека при минимальной общей стоимости потребляемых продуктов.

ВАРИАНТ 8. Для производства 3-х видов продукции предприятие использует 2 вида оборудования и 2 вида сырья. В таблице приведены нормы затрат сырья и времени на изготовление одного изделия, а также общий фонд рабочего времени оборудования, количество ресурсов, цена одного изделия и план производства.

<i>Ресурсы</i>	<i>Нормы затрат на изделие</i>			<i>Общее количество ресурсов</i>
	<i>вида 1</i>	<i>вида 2</i>	<i>вида 3</i>	
<i>Производительность оборудования (нормо-ч):</i>				
<i>I типа</i>	2	–	4	200
<i>II типа</i>	4	3	1	500
<i>Сырье (кг):</i>				
<i>1-го вида</i>	10	15	20	1495
<i>2-го вида</i>	30	20	25	4500
<i>Выпуск (шт.)</i>				
<i>минимальный</i>	10	30	25	–
<i>максимальный</i>	20	40	100	–

Необходимо составить такой план производства, при котором будет изготовлено необходимое количество изделий с минимальными затратами ресурсов.

ВАРИАНТ 9. Предприятие планирует производство 4-х видов изделий в количестве 240, 160, 150 и 220 шт. на 2-х типах оборудования. Оборудование первого типа может быть использовано не более 80 ч, а 2-го – не более 60 ч. Исходные данные для расчетов приведены в таблице.

Тип оборудования	Количество производимых в течение 1 ч изделий вида, шт.				Затраты, связанные с производством в течение 1 ч изделий вида			
	1	2	3	4	1	2	3	4
I	8	7	4	5	2,7	2,6	2,7	2,4
II	6	8	6	4	2,6	2,7	2,6	2,5

Требуется определить, при каких минимальных затратах можно произвести нужное количество изделий.

ВАРИАНТ 10. 3 предприятия производят продукцию одного вида в количествах, соответственно равных 180, 350 и 20 ед. Эта продукция должна быть поставлена 5 потребителям в количествах, соответственно равных 110, 90, 120, 80 и 150 ед. Затраты, связанные с производством и доставкой единицы продукции, задаются матрицей, которая имеет следующий вид:

$$C = \begin{bmatrix} 7 & 12 & 4 & 6 & 5 \\ 1 & 8 & 6 & 5 & 3 \\ 6 & 13 & 8 & 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

Необходимо составить такой план прикрепления потребителей к поставщикам, при котором общие затраты являются минимальными.

ВАРИАНТ 11. Найти оптимальное распределение 3-х машин по 4 работам, чтобы при условии исполнения заданных объемов общая стоимость всех произведенных работ была бы минимальной. Исходные данные (матрица себестоимости работ, ресурсы машин (время), продуктивность машин, объем работ) приведены в таблице.

	Работа вида 1	Работа вида 2	Работа вида 3	Работа вида 4	Ресурс (время)	Продуктивность
Машина вида 1	2	1	0,5	1,2	240	30
Машина вида 2	0,8	1,2	0,9	0,8	160	55
Машина вида 3	0,5	1	0,6	0,9	150	18
Объем	5000	2000	3000	8000		

ВАРИАНТ 12. Найти оптимальное распределение трех станков для производства четырех продуктов, чтобы при условии исполнения заданных плановых объемов производства общие затраты были минимальными. Исходные данные (матрица затрат, матрица продуктивности, заданная первой строкой и столбцом индексов, столбец ресурсов, строка запланированного выпуска) приведены в таблице.

<i>Наименование станка</i>	<i>Продукт вида 1</i>	<i>Продукт вида 2</i>	<i>Продукт вида 3</i>	<i>Продукт вида 4</i>	<i>Ресурс</i>
<i>Станок № 1</i>	2	1	0,5	1,2	240
<i>Станок № 2</i>	0,8	1,2	0,9	0,8	150
<i>Станок № 3</i>	0,5	1	0,6	0,9	150
<i>План</i>	3000	15000	4500	1500	–

ТЕМА. ОПТИМИЗАЦИЯ ОТХОДОВ ПРИ РАСКРОЕ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ

ВАРИАНТ 1. Стальные прутья длиной 110 см необходимо разрезать на заготовки длиной 45, 35, 50 см. Требуемое количество заготовок данного вида составляет соответственно 40, 30 и 20 шт. Возможные варианты разреза и величина отходов при каждом из них приведены в таблице.

<i>Длина заготовки, см</i>	<i>Вариант разреза</i>					
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
<i>45</i>	2	1	1	–	–	–
<i>35</i>	–	1	–	3	1	–
<i>50</i>	–	–	1	–	1	2
<i>Величина отходов, см</i>	20	30	15	5	25	10

Определить, сколько прутьев по каждому из возможных вариантов следует разрезать, чтобы получить нужное количество заготовок при минимальных отходах.

ВАРИАНТ 2. На мебельной фабрике из стандартных листов фанеры необходимо вырезать заготовки 3-х видов в количествах, соответственно равных 24, 31 и 18 шт. Каждый лист фанеры может быть разрезан на заготовки 2-мя способами. Количество получаемых заготовок при данном способе раскроя, а также процент отходов, которые получаются при данном способе раскроя, приведены в таблице.

<i>Вид заготовки</i>	<i>Количество заготовок, шт., при раскрое по способу</i>	
	<i>1</i>	<i>2</i>
<i>I</i>	2	6
<i>II</i>	5	4
<i>III</i>	3	2
<i>Величина отходов, %</i>	12	14

Определить, сколько листов фанеры по каждому из возможных вариантов следует раскроить, чтобы получить нужное количество заготовок при минимальных отходах.

ВАРИАНТ 3. На предприятии имеются бревна длиной $L = 5,6$ м, которые необходимо разрезать на заготовки длиной $L_1 = 1,8$ м, $L_2 = 1,2$ м, $L_3 = 3,4$ м в количестве $p_1 = 480$, $p_2 = 780$, $p_3 = 180$ соответственно. Возможные варианты раскроя и отходы при каждом из них приведены в таблице.

<i>Длина заготовки</i>	<i>Варианты раскроя</i>						<i>Количество заготовок</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	
<i>1,8</i>	3	2	1	0	0	1	480
<i>1,2</i>	0	1	3	4	1	0	780
<i>3,4</i>	0	0	0	0	1	1	180
<i>Остаток, м</i>	0,2	0,8	0,2	0,8	1	0,4	–

Необходимо составить оптимальный план раскройки материала, который обеспечивает минимальные отходы, при условии выполнения плана по выходу заготовок.

ВАРИАНТ 4. Из заготовок ограниченного количества (103 шт.) длиной 9 м нужно раскроем сделать изделия 3 видов длиной 3,5 м, 4,5 м и 5 м. Возможны 5 способов раскроя материала с соответствующими нормами отходов.

<i>Наименование / длина</i>	<i>Варианты раскроя</i>					<i>Ассортимент</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	
<i>Изделие 3,5</i>	2	1	0	1	0	2
<i>Изделие 4,5</i>	0	1	2	0	0	1
<i>Изделие 5,0</i>	0	0	0	1	1	1
<i>Норма отходов</i>	2	1	1	0,5	4	–

Определить оптимальный план раскроя (каким способом и сколько заготовок раскроить), чтобы общие отходы были минимальны. Исходные данные приведены в таблице.

ВАРИАНТ 5. Для пошива одного изделия требуется выкроить из ткани 6 деталей. На швейной фабрике были разработаны два варианта раскроя ткани. В таблице приведены характеристики раскроя отрезов ткани и комплектность изделия (т.е. количество деталей определенного вида, необходимых для производства изделия). Известно, что ежемесячный запас ткани составляет 70 отрезков, а ежемесячный план по производству изделий составляет 90 штук.

<i>Вариант раскроя</i>	<i>Варианты раскроя</i>						<i>Отходы, м²/отрез</i>
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	
<i>1</i>	2	2	6	4	7	9	0,05
<i>2</i>	1	3	2	6	2	2	0,11
<i>Комплектность, шт./изделие</i>	1	2	2	4	2	3	–

Необходимо найти оптимальный план раскроя материала, который обеспечивает выполнение плана по производству изделий с минимальным количеством отходов.

ВАРИАНТ 6. Листы материала размером 6x13 надо раскроить так, чтобы получились заготовки 2-типов: 800 шт. заготовок размером 4x5 м и 400 шт. заготовок размером 2x3 м. При этом расход материала должен быть минимальным. Способы раскроя и количество заготовок каждого типа, полученных при раскрое одного листа, приведены в таблице.

<i>Размер заготовок, м²</i>	<i>Способы раскроя</i>			
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
<i>4x5</i>	3	2	1	0
<i>2x3</i>	1	6	9	13

ВАРИАНТ 7. На складе предприятия имеются заготовки (стальные бруски) длиной 8,1 м. Из этих заготовок необходимо изготовить 100 комплектов более коротких заготовок. При этом в один комплект входят 2 бруска длиной 3 м и по одному бруску длиной 2 м и 1,5 м. Необходимо раскроить исходный материал так, чтобы получить требуемое количество комплектов коротких заготовок с минимальными отходами. Количество коротких заготовок, получаемых из одного исходного бруска при различных способах раскроя, и величины отходов по каждому способу раскроя приведены в таблице.

<i>Размер заготовки, м</i>	<i>Способ раскроя</i>								
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>
<i>3</i>	2	2	1	1	0	0	0	0	0
<i>2</i>	1	0	2	1	4	3	2	1	0
<i>1,5</i>	0	1	0	2	0	1	2	4	5
<i>Отходы, м</i>	0,1	0,6	1,1	0,1	0,1	0,6	1,1	0,1	0,6

ВАРИАНТ 8. Полуфабрикаты поступают на предприятие в виде листов фанеры. Всего имеется 2 партии материалов, причем первая партия содержит 400 листов, а 2-я – 250 листов фанеры. Из листов изготавливаются комплекты, включающие 4 детали 1-го типа, 3 детали 2-го типа и 2 детали 3-го типа. Лист может раскраиваться разными способами. Количество деталей каждого типа, получаемых при раскросе одного листа соответствующей партии по тому или иному способу раскроя, приведено в таблице.

<i>Детали</i>	<i>Способ раскроя</i>			<i>Детали</i>	<i>Способ раскроя</i>	
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>		<i>1</i>	<i>2</i>
<i>1</i>	0	6	9	<i>1</i>	6	5
<i>2</i>	4	3	4	<i>2</i>	5	4
<i>3</i>	10	16	0	<i>3</i>	8	0

Требуется раскроить материал так, чтобы получить максимальное число комплектов.

ВАРИАНТ 9. Для пошива одного изделия требуется выкроить из ткани 6 деталей. На швейной фабрике были разработаны 2 варианта раскроя ткани. В таблице приведены характеристики вариантов раскроя 10 м² ткани и комплектность, т. е. количество деталей определенного вида, которые необходимы для пошива одного изделия. Ежемесячный запас ткани для пошива изделий данного типа составляет 405 м². В ближайший месяц планируется сшить 90 изделий. Построить и рассчитать математическую модель задачи, позволяющую в ближайший месяц выполнить план по пошиву с минимальным количеством отходов.

Характеристики вариантов раскроя отрезов ткани на 10 м²:

<i>Вариант раскроя</i>	<i>Варианты раскроя</i>						<i>Отходы, м²/отрез</i>
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	
<i>1</i>	60	0	90	40	70	90	0,5
<i>2</i>	80	35	20	78	15	0	0,35
<i>Комплектность, шт./изделие</i>	1	2	2	2	2	2	–

ВАРИАНТ 10. Служба снабжения завода получила от поставщиков 500 стальных прутков длиной 5 м. Их необходимо разрезать на детали А и В длиной 2 и 1,5 м, из которых затем составляются комплекты. В каждый комплект входят 3 детали А и 2 детали В. Характеристики возможных вариантов раскроя прутков представлены в таблице.

<i>Вариант раскроя</i>	<i>Количество деталей, шт./пруток</i>		<i>Отходы, м/пруток</i>
	<i>A</i>	<i>B</i>	
<i>1</i>	2	0	1
<i>2</i>	1	2	0
<i>3</i>	0	3	0,5
<i>Комплектность, шт./компл.</i>	3	2	–

Найти план раскроя прутков, который бы позволил достигнуть максимального значения количества комплектов.

ВАРИАНТ 11. На обувной фабрике производятся задники для обуви разных размеров из кусков картона одинаковых форм и размеров. Возможные варианты раскроя, величина отходов при каждом из них и плановое задание приведены в таблице.

<i>Задник для обуви размера</i>	<i>Вариант раскроя</i>						<i>План</i>
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>	
<i>45</i>	2	4	2	3	1	0	180
<i>43</i>	3	1	4	2	3	5	360
<i>41</i>	3	1	2	4	4	2	200
<i>37</i>	1	2	3	0	3	1	320
<i>35</i>	2	3	0	1	1	1	210
<i>Величина отходов, %</i>	20	18	15	17	8	10	–

Определить, сколько кусков картона по каждому из возможных вариантов следует раскроить, чтобы получить нужное количество задников при минимальных отходах.

ВАРИАНТ 12. Из листового проката нужно выкроить заготовки 4-х видов. Один лист длиной 184 см можно разрезать на заготовки длиной 45, 50, 65 и 85 см. Всего заготовок каждого вида необходимо соответственно 90, 96, 88 и 56 шт. Способы разреза 1-го листа на заготовки и величина отходов при каждом способе приведены в таблице.

Определить, какое количество листов по каждому из способов следует разрезать, чтобы получить требуемое количество заготовок при минимальных отходах.

<i>Длина заготовки, см</i>	<i>Количество заготовок, выкраиваемых из одного листа при разрезе способом</i>												
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>	<i>13</i>
<i>45</i>	4	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	1
<i>50</i>	0	1	0	0	2	0	1	1	3	2	1	0	1
<i>65</i>	0	0	1	0	0	2	1	0	0	1	2	1	0
<i>85</i>	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
<i>Величина отходов, см</i>	4	44	29	9	39	9	24	4	34	19	4	34	4

ЛИТЕРАТУРА

1. Балашевич, В. Н. Математические методы в управлении производством / В. Н. Балашевич. – Минск, 1995. – 334 с.
2. Абчук, В. Н. Экономико-математическое моделирование / В. Н. Абчук. – Санкт-Петербург, 1999. – 310 с.
3. Поттосина, С. А. Экономико-математические модели и методы : учеб. пособие для студ. экон. спец. БГУИР всех форм обуч. / С. А. Поттосина, В. А. Журавлев. – Минск : БГУИР, 2003. – 94 с.
4. Экономико-математические методы и модели : учеб. пособие / Н. И. Холод [и др.] ; под. общ. ред. А. В. Кузнецова. – Минск : БГЭУ, 1999. – 413 с.
5. Юферева, О. Д. Экономико-математические методы / О. Д. Юферева. – Минск : БГЭУ, 2002. – 56 с.
6. Мур, Дж. Экономическое моделирование в Microsoft Excel : пер. с англ. / Дж. Мур, Л. Уэдерфорд. – 6-е изд. – Москва : Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 1024 с.
7. Орлов, А. И. Эконометрика / А. И. Орлов. – Москва : Экзамен, 2003. – 576 с.
8. Похабов, В. И. Экономико-математические методы и модели : практикум / В. И. Похабов. – Минск : БНТУ, 2003. – 130 с.
9. Экономико-математические методы и модели. Компьютерные технологии решения : учеб. пособие / И. Л. Акулич [и др.]. – Минск : БГЭУ, 2003. – 348с.
10. Миксюк, С. Ф. Экономико-математические методы и модели : учебно-практическое пособие / С. Ф. Миксюк, В. Н. Комкова. – Минск : БГЭУ, 2006. – 219 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	<i>Виды выпускаемой ткани</i>	<i>Вводимые неизвестные</i>	<i>Объем производства</i>	<i>Удельный расход хлопчатобумажной пряжи на 1000 м² ткани в кг (x100)</i>	<i>Удельный расход штапельной пряжи на 1000 м² ткани в кг (x100)</i>	<i>Трудоёмкость выработки ткани в чел-час</i>	
3	<i>Миткаль</i>	X ₁	0	1	0	57	
4	<i>Сатин</i>	X ₂	0	0	1	74	
5	<i>Бязь</i>	X ₃	0	0,7	0,4	52	
6	<i>Тафта</i>	X ₄	0	0,5	0,6	79	
7	<i>Общая трудоёмкость вырабатываемых изделий</i>					0	
8	<i>Плановое наличие пряжи на месяц</i>			600	500		
9	<i>Фактическое наличие пряжи на месяц</i>			0	0		
10							
11							
12	<i>Виды выпускаемой ткани</i>	<i>Вводимые неизвестные</i>	<i>Объем производства</i>	<i>Удельный расход хлопчатобумажной пряжи на 1000 м² ткани в кг (x100)</i>	<i>Удельный расход штапельной пряжи на 1000 м² ткани в кг (x100)</i>	<i>Трудоёмкость выработки ткани в чел-час</i>	
13	<i>Миткаль</i>	X ₁	0	1	0	57	
14	<i>Сатин</i>	X ₂	157,1428574	0	1	74	
15	<i>Бязь</i>	X ₃	857,1428574	0,7	0,4	52	
16	<i>Тафта</i>	X ₄	0	0,5	0,6	79	
17	<i>Общая трудоёмкость вырабатываемых изделий</i>					56200,00003	
18	<i>Плановое наличие пряжи на месяц</i>			600	500		
19	<i>Фактическое наличие пряжи на месяц</i>			600,0000002	500,0000004		
20							
21							
22							
23	Для того, чтобы общая трудоёмкость выпускаемых изделий была минимальной и равнялась 56200 чел.-час., фабрике необходимо						
24	выпускать продукцию в следующем ассортименте: 15714 м ² сатина и 85714 м ² бязи. Остальные виды продукции не						
25	производить. При этом имеющиеся на предприятии сырьевые ресурсы будут использованы полностью.						
26							
27							

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	<i>Виды выпускаемой ткани</i>	<i>Вводимые неизвестные</i>	<i>Объем производства</i>	<i>Удельный расход хлопчатобумажной пряжи на 1000 м² ткани в кг (x100)</i>	<i>Удельный расход штапельной пряжи на 1000 м² ткани в кг (x100)</i>	<i>Трудоемкость выработки ткани в чел-час</i>	
3	<i>Миткаль</i>	X ₁	0	1	0	57	
4	<i>Сатин</i>	X ₂	0	0	1	74	
5	<i>Бязь</i>	X ₃	0	0,7	0,4	52	
6	<i>Тафта</i>	X ₄	0	0,5	0,6	79	
7	<i>Общая трудоемкость вырабатываемых изделий</i>					=СУММПРОИЗВ(F3:F6;C3:C6)	
8	<i>Плановое наличие пряжи на месяц</i>			600	500		
9	<i>Фактическое наличие пряжи на месяц</i>			=СУММПРОИЗВ(D3:D6;C3:C6)	=СУММПРОИЗВ(E3:E6;C3:C6)		
10							
11							
12	<i>Виды выпускаемой ткани</i>	<i>Вводимые неизвестные</i>	<i>Объем производства</i>	<i>Удельный расход хлопчатобумажной пряжи на 1000 м² ткани в кг (x100)</i>	<i>Удельный расход штапельной пряжи на 1000 м² ткани в кг (x100)</i>	<i>Трудоемкость выработки ткани в чел-час</i>	
13	<i>Миткаль</i>	X ₁	0	1	0	57	
14	<i>Сатин</i>	X ₂	157,142857435	0	1	74	
15	<i>Бязь</i>	X ₃	857,142857385	0,7	0,4	52	
16	<i>Тафта</i>	X ₄	0	0,5	0,6	79	
17	<i>Общая трудоемкость вырабатываемых изделий</i>					=СУММПРОИЗВ(F13:F16;C13:C16)	
18	<i>Плановое наличие пряжи на месяц</i>			600	500		
19	<i>Фактическое наличие пряжи на месяц</i>			=СУММПРОИЗВ(D13:D16;C13:C16)	=СУММПРОИЗВ(E13:E16;C13:C16)		
20							
21							
22							
23	Для того, чтобы общая трудоемкость выпускаемых изделий была минимальной и равнялась 56200 чел.-час., фабрике необходимо выпускать продукцию в						
24	следующем ассортименте: 15714 м ² сатина и 85714 м ² бязи. Остальные виды продукции не производить. При этом имеющиеся на предприятии						
25	сырьевые ресурсы будут использованы полностью.						
26							
27							

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	<i>Наименование артикула полотна</i>	<i>Вводимые неизвестные</i>	<i>Объем производства</i>	<i>Фактическая производительность машины, кг/час</i>		<i>Величина прибыли при выработке 1 т полотна на машине, тыс. руб.</i>	
3				<i>Текстима</i>	<i>Кокетт</i>		
4	150 артикул полотна на машине Текстима	x1	0	413,22	0	13,4	
5	90 артикул полотна на машине Текстима	x2	0	245,09	0	7,06	
6	150 артикул полотна на машине Кокетт	x3	0	0	265,96	13,46	
7	90 артикул полотна на машине Кокетт	x4	0	0	130,55	7,17	
8	<i>Прибыль общая, получаемая от реализации всех видов изделий</i>					0	
9	<i>Плановый фонд машинного времени, маш/час</i>			9305	6534		
10	<i>Фактический фонд машинного времени, маш/час</i>			0	0		
11							
12							
13							
14	<i>Наименование артикула полотна</i>	<i>Вводимые неизвестные</i>	<i>Объем производства</i>	<i>Фактическая производительность машины, кг/час</i>		<i>Величина прибыли при выработке 1 т полотна на машине, тыс. руб.</i>	
15				<i>Текстима</i>	<i>Кокетт</i>		
16	150 артикул полотна на машине Текстима	x1	22,52	413,22	0	13,4	
17	90 артикул полотна на машине Текстима	x2	0	245,09	0	7,06	
18	150 артикул полотна на машине Кокетт	x3	0	0	265,96	13,46	
19	90 артикул полотна на машине Кокетт	x4	50,05	0	130,55	7,17	
20	<i>Прибыль общая, получаемая от реализации всех видов изделий</i>					660,60	
21	<i>Плановый фонд машинного времени, маш/час</i>			9305	6534		
22	<i>Фактический фонд машинного времени, маш/час</i>			9305	6534		
23							
24	<p>Таким образом, для получения максимальной прибыли, равной 660,60 тыс. руб., трикотажной фабрике рекомендуется выпускать 22,52 т трикотажного полотна артикула 150 на машине Текстима и 50,05 т трикотажного полотна артикула 90 на машине Кокетт. Остальные виды продукции не производить. При этом имеющиеся фонды рабочего времени машин Текстима и Кокетт будут использованы полностью.</p>						
25							
26							
27							
28							
29							

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

	A	B	C	D		E	F
1	<i>Наименование артикула полотна</i>	<i>Вводимые неизвестные</i>	<i>Объем производства</i>	<i>Фактическая производительность машины, кг/час</i>			<i>Величина прибыли при выработке 1 т полотна на машине, тыс. руб.</i>
2				<i>Текстима</i>	<i>Кокетт</i>		
3	150 артикул полотна на машине Текстима	x1	0	413,22	0		13,4
4	90 артикул полотна на машине Текстима	x2	0	245,09	0		7,06
5	150 артикул полотна на машине Кокетт	x3	0	0	265,96		13,46
6	90 артикул полотна на машине Кокетт	x4	0	0	130,55		7,17
7	<i>Прибыль общая, получаемая от реализации всех видов изделий</i>						=СУММПРОИЗВ(C3:C6;F3:F6)
8	<i>Плановый фонд машинного времени, маш/час</i>			9305	6534		
9	<i>Фактический фонд машинного времени, маш/час</i>			=СУММПРОИЗВ(C3:C6;D3:D6)	=СУММПРОИЗВ(C3:C6;E3:E6)		
10							
11							
12							
13	<i>Наименование артикула полотна</i>	<i>Вводимые неизвестные</i>	<i>Объем производства</i>	<i>Фактическая производительность машины, кг/час</i>			<i>Величина прибыли при выработке 1 т полотна на машине, тыс. руб.</i>
14				<i>Текстима</i>	<i>Кокетт</i>		
15	150 артикул полотна на машине Текстима	x1	22,52	413,22	0		13,4
16	90 артикул полотна на машине Текстима	x2	0	245,09	0		7,06
17	150 артикул полотна на машине Кокетт	x3	0	0	265,96		13,46
18	90 артикул полотна на машине Кокетт	x4	50,05	0	130,55		7,17
19	<i>Прибыль общая, получаемая от реализации всех видов изделий</i>						=СУММПРОИЗВ(C15:C18;F15:F18)
20	<i>Плановый фонд машинного времени, маш/час</i>			9305	6534		
21	<i>Фактический фонд машинного времени, маш/час</i>			=СУММПРОИЗВ(C15:C18;D15:D18)	=СУММПРОИЗВ(C15:C18;E15:E18)		
22							
23	<p>Таким образом, для получения максимальной прибыли, равной 660,60 тыс. руб., трикотажной фабрике рекомендуется выпускать 22,52 т трикотажного полотна артикула 150 на машине Текстима и 50,05 т трикотажного полотна артикула 90 на машине Кокетт. Остальные виды продукции не производить. При этом имеющиеся фонды рабочего времени машин Текстима и Кокетт будут использованы полностью.</p>						
24							
25							
26							
27							
28							