МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Первый проректор УО «ВГТУ»
____________ С.И. Малашенков
«____» _______________2012 г.

Методы и средства исследований технологических процессов

Методические указания к лабораторным работам
для студентов специальности 1–50 01 01
«Производство текстильных материалов»
специализации 1-50 01 01-01 01
«Технология и менеджмент прядильного производства»

РЕКОМЕНДОВАНО
Редакционно-издательским
советом УО «ВГТУ»
«_____» __________ 2012 г.
протокол № ______

Витебск
2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

Методы и средства исследований технологических процессов

Методические указания к лабораторным работам
для студентов специальности 1–50 01 01
«Производство текстильных материалов»
специализации 1-50 01 01-01 01
«Технология и менеджмент прядильного производства»

Витебск
2012

УДК 677.02(075.8)

Методы и средства исследований технологических процессов: методические указания к лабораторным работам по курсу «Методы и средства исследований технологических процессов» для студентов специальности 1–50 01 01 «Производство текстильных материалов» специализации 1-50 01 01-01 01 «Технология и менеджмент прядильного производства»

Витебск: Министерство образования Республики Беларусь, УО «ВГТУ», 2012.

Составитель: к.т.н., доц. Скобова Н.В.

В методических указаниях приведены основные задания для выполнения лабораторных работ по дисциплине «Методы и средства исследований технологических процессов» для студентов дневной формы обучения. В методических указаниях предусмотрено руководство по использованию программы «STATISTICA for WINDOWS» для выполнения лабораторных работ.

.

Одобрено кафедрой ПНХВ «5» ноября 2012 г., протокол № 5.

Рецензент: д.т.н., проф. Рыклин Д.Б.
Редактор: к.т.н., доц. Гришанова С.С.

Рекомендовано к опубликованию редакционно-издательским советом
УО «ВГТУ» «__» _______2012 г., протокол № ___

Ответственный за выпуск: Кунашев В.В.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»
Подписано к печати ________ Формат ___________ Уч.-изд. лист. ______
Печать ризографическая. Тираж ________ экз. Заказ______ Цена______

Отпечатано на ризографе учреждения образования «Витебский государственный технологический университет».
Лицензия № 02330/0494384 от 16.03.2009.
210035, г. Витебск, Московский пр-т, 72.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Современный технический прогресс текстильной промышленности связан с развитием ее техники и технологии. Для успешного управления технологическими процессами и их оптимизации с целью повышения производительности оборудования и качества продукции уже недостаточно знать отдельные качественные стороны процесса.

Для анализа сложных технологических процессов широко применяются методы экспериментального математического моделирования. Использование методов планирования эксперимента позволяет получать математические модели исследуемого процесса в реализованном диапазоне изменения многих факторов, влияющих на процесс, наиболее экономичным и эффективным способом.

Данные методические указания разработаны с целью освоения методов экспериментальных исследований и являются, по сути, кратким обобщением различных методик, изложенных в ряде специализированных изданий по математическому планированию экспериментов. Основное внимание уделено корректной обработке данных активных и пассивных экспериментов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СОВОКУПНОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Цель работы: научиться рассчитывать основные числовые характеристики совокупности случайных величин при объеме выборки $m < 30$, оценивать их точность, уметь определять резко выделяющиеся значения в выборке.

Задание

1. Рассчитать среднее значение в выборке, дисперсию и среднее квадратическое отклонение (воспользоваться значениями из совокупностей, приведенных в приложении 7).
2. Освоить методику исключения резко выделяющихся значений в выборке.
3. Рассчитать относительные характеристики рассеяния случайной величины (коэффициент вариации, квадратическую неровноту).
4. Определить абсолютную и относительную ошибку измерений.
5. Задаваясь точностью полученных результатов определить доверительный объем испытаний.

Основные сведения

При измерении свойств продуктов текстильных производств и технологических параметров, как правило, получается совокупность случайных величин, которая может быть определена числовыми характеристиками: средним (математическим ожиданием), дисперсией, коэффициентом вариации, квадратической неровнотой. Точность каждой числовой характеристики определяется ее ошибкой, а надежность – доверительной вероятностью. Задаваясь точностью и надежностью при известной дисперсии случайной величины, можно определить доверительный объем испытаний для оценки числовой характеристики.

Выполнение задания

1. Расчет числовых характеристик

Математическое ожидание $\bar{Y}$ (среднее значение) определяет центр распределения случайных величин, около которого группируется большая их часть.

$$\bar{Y} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Y_i\,, \tag{1.1}$$

где m – объем выборки.

Абсолютными характеристиками рассеяния случайной величины Y_i около центра распределения $\bar{Y}$ является **дисперсия** $S^2(Y)$ и **среднее квадратическое отклонение** $S(Y)$.

$$S^2(Y) = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(Y_i - \bar{Y})^2 , \qquad (1.2)$$

$$S(Y) = \sqrt{S^2(Y)} . \qquad (1.3)$$

2. ***Исключение резко выделяющихся экспериментальных данных***

Для исключения резко выделяющихся значений используют статистический метод исключения данных, сущность которого заключается в следующем:

♦ находят в совокупности максимальную и минимальную величины и определяют расчетные значения критерия Смирнова-Грабса:

$$V_{R\,max} = \frac{Y_{max} - \bar{Y}}{S(Y)}\sqrt{\frac{m}{m-1}} , \qquad (1.4)$$

$$V_{R\,min} = \frac{\bar{Y} - Y_{min}}{S(Y)}\sqrt{\frac{m}{m-1}} . \qquad (1.5)$$

♦ сравнивают расчетные значения V_R с табличным V_T (приложение 1):

- если $V_{Rmax} > V_T$ или $V_{Rmin} > V_T$, то соответствующее резко выделяющееся значение Y необходимо исключить из совокупности, а затем повторить расчет оценок , $S^2(Y)$, $S(Y)$,

- если $V_{Rmax} < V_T$ или $V_{Rmin} < V_T$, то Y_{max} и Y_{min} не являются резко выделяющимися значениями;

♦ процедуру повторяют до полного исключения резко выделяющихся значений из совокупности.

3. ***Расчет относительных характеристик рассеяния случайной величины***

Относительной характеристикой рассеяния случайной величины является **коэффициент вариации** ***CV (Y)*** и **квадратическая неровнота** ***C (Y)***

$$CV(Y) = \frac{S(Y)}{\bar{Y}} , \qquad (1.6)$$

$$C(Y) = \frac{S(Y)}{\bar{Y}} 100. \tag{1.7}$$

4. Определение точности измерений

В результате измерений исследуемого параметра возникают ошибки (погрешности измерения), для описания которых введены оценки абсолютной ε_i и относительной δ_i погрешности:

$$\varepsilon(Y) = \frac{2 \cdot S(Y)}{\sqrt{m}}, \tag{1.8}$$

$$\delta(Y) = \frac{2 \cdot C(Y)}{\sqrt{m}}. \tag{1.9}$$

5. Доверительный объем испытаний

Анализируя точность оценки среднего значения, можно решить, является ли она достаточной или требуется увеличение объема измерений.

Задайтесь желаемой точностью полученных данных, пользуясь данными таблицы 1. Исходя из точности, выберите величину относительной ошибки $\delta(Y)$, и, приняв квадратическую неровноту по данным предыдущих опытов, рассчитайте доверительный объем выборки:

$$m(Y) = \left(\frac{u(P_D) \cdot C(Y)}{\delta(Y)} \right)^2, \tag{1.10}$$

где $u(P_D)$ – квантиль нормального распределения случайной величины (таблица 2) [1]

Таблица 1 – Оценка точности результатов исследований

Относительная ошибка $\delta\{\bar{Y}\}$, %	точность
≤ 2	высокая
$2 \div 5$	средняя
$5 \div 10$	низкая
> 10	очень низкая (а в большинстве случаев – недопустимая)

Таблица 2 – Квантиль нормального распределение случайной величины

Доверительная вероятность	Квантили $u_{\alpha/2}$
0.90	1.64
0.95	1.96
0.99	2.58
0.9973	3.00
0.999	3.37

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ

Цель работы: научиться разбивать выборку на классы, рассчитывать основные числовые характеристики при объеме выборки $m > 50$, определять закон распределения случайной величины.

Задание

1. Используя метод отсчета от условного нуля, рассчитать основные числовые характеристики (среднее, дисперсию, квадратическую неровноту) совокупности случайных величин при объеме выборки $m = 50$. Для проведения расчетов воспользоваться данными, приведенными *в приложении 8*.
2. Определить закон распределения случайной величины, используя критерий Пирсона.

Основные сведения

Наиболее полной характеристикой совокупности случайных величин является дифференциальная или интегральная функции распределения. Для определения вида распределения в исследуемой совокупности используется критерий Пирсона.

Выполнение задания

1. Формирование частотной таблицы

1.1 Полученный ряд экспериментальных значений делят на классы (интервалы). Исходя из количества элементов совокупности m, число классов k определяют по формуле (с округлением до целого):

$$k = 3{,}332 \cdot lg\, m + 1 \quad \text{при} \quad 50 < m < 200, \tag{2.1}$$

для m = 50 принимаем k = 7.

1.2 Находим в анализируемой выборке максимальное ***Ymax*** и минимальное ***Ymin*** значения и определяем величину интервала:

$$\Delta Y = \frac{Y_{max} - Y_{min}}{k}. \qquad (2.2)$$

1.3 Составляем таблицу (таблица 3) и разносим все значения анализируемой совокупности по соответствующим классам. Количество случайных величин в каждом классе m называется частотой.

Таблица 3 – Частотная таблица

№ класса	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
Границы класса	*Ymin ÷ (Ymin+ +ΔY)*	*Ymin ÷ (Ymin+ +2*ΔY)*	*Ymin ÷ (Ymin+ +3*ΔY)*	*Ymin ÷ (Ymin+ +4*ΔY)*	*Ymin ÷ (Ymin+ +5*ΔY)*	*Ymin ÷ (Ymin+ +6*ΔY)*	*Ymin ÷ (Ymin+ +7*ΔY)*
Значения ***Yi***							
Частота m_i							
Среднее Y_i^*							

1.4 После сортировки значений определяем частоту m_i и математическое ожидание (среднее) в каждом классе.

1.5 Присваиваем условный нуль y_i, и дальнейшие расчеты сводим в таблицу.

4. Значения y_i рассчитывают по формуле и <u>*округляют до ближайшего целого*</u>:

$$y_i = \frac{Y_i^* - Y_0^*}{\Delta Y}. \qquad (2.3)$$

Значение Y_i^* в том классе, где m_i принимает максимальное значение, называется условным нулем выборки .

Таблица 4 – Определение условного нуля

Кол-во классов	Границы классов	m_i	Y_i^*	y_i	$m_i \cdot y_i$	y_i^2	$m_i \cdot y_i^2$	m_i^T	$\frac{(m_i - m_i^T)^2}{m_i}$
1.				-4					
2.				-3					
3.				-2					
4.				-1					
5.				0					
6.				1					
7.				2					
Сумма	-		-	-		-		-	

2. Определение оценок среднего, среднего квадратического отклонения и квадратической неровноты

Для большого объема выборки ($m \geq 50$) среднее, среднее квадратическое отклонение и квадратическая неровнота рассчитываются по формулам

$$\bar{Y} = Y_0^* + \frac{\Delta Y}{m} \sum_{i=1}^{k} m_i \cdot y_i \,, \tag{2.4}$$

$$S(Y) = \frac{\Delta Y}{\sqrt{m}} \sqrt{\sum_{i=1}^{k} m_i \cdot y_i^2 - \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^{k} m_i \cdot y_i \right)^2} \,, \tag{2.5}$$

$$C(Y) = \frac{S(Y)}{\bar{Y}} \cdot 100 \,. \tag{2.6}$$

3. Определение закона распределения исследуемой величины

Задаемся видом предполагаемой функции распределения – нормальный закон распределения:

$$\varphi(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot exp^{\left[-\frac{(Y_i^* - \bar{Y})^2}{2 \cdot S^2(Y)} \right]} \,. \tag{2.7}$$

Вычисляем теоретические частоты m_i^T в каждом классе:

$$m_i^T = \frac{m_i \cdot \Delta Y}{S(Y)} \cdot \varphi(Y) \,. \tag{2.8}$$

Полученные значения вносим в таблицу 4 и рассчитываем наблюдаемое значение критерия Пирсона:

$$\chi^2_{набл} = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(m_i - m_i^T\right)^2}{m_i}. \tag{2.9}$$

Из приложения 2 определяем критическое значение критерия Пирсона $\chi^2_{крит}$ при уровне доверительной вероятности P_D = 0,95 и числе степеней свободы .

Если $\chi^2_{набл} \le \chi^2_{крит}$, то анализируемую величину можно считать распределенной по нормальному закону. Если $\chi^2_{набл} \ge \chi^2_{крит}$, то необходимо использовать другие функции распределения (лог-нормальную, экспоненциальную, показательную, степенную и т. д.) до нахождения распределения, адекватного исследуемой величины.

4. Построение графика функции распределения

Наглядное представление о различиях между экспериментальными значениями и теоретической функцией распределения можно получить путем построения частотного полигона (рисунок 1).

Рисунок 1 – График функции распределения

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3
СРАВНЕНИЕ ВЫБОРОЧНЫХ ДАННЫХ ПО ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ И НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИМ КРИТЕРИЯМ

Цель работы: приобрести навыки работы с параметрическими и непараметрическими критериями по оценке значимости различия между числовыми характеристиками, научиться выдвигать и проверять статистические гипотезы.

Задание

1. Используя результаты регистрации двух переменных (приложение 9), сравнить две дисперсии из нормальных генеральных совокупностей по F-критерию.
2. Используя результаты регистрации двух переменных (приложение 9), сравнить два средних из нормальных генеральных совокупностей по t-критерию.
3. Рассчитать непараметрический критерий Вилкоксона (используйте данные приложения 10), базируясь на рассмотренном примере.

Основные сведения

Параметрические критерии предназначены для проверки гипотез о параметрах генеральной совокупности (среднем, дисперсии) или гипотез о типе распределении.

Непараметрические критерии используют для исследования генеральных совокупностей, которые не распределены нормально (сравнение рангов значений, измеренных с помощью порядковых шкал).

Выполнение задания

1. Параметрические критерии

При использовании параметрических методов сравнения двух выборок проверяется ненаправленная статистическая гипотеза о равенстве дисперсий или средних значений.

1.1. Расчет F-критерия Фишера

Используется для определения достоверности статистического различия между дисперсиями двух выборок.

Выдвигаем **нулевую гипотезу**: выборочные дисперсии двух переменных значимо не отличаются друг от друга ($\boldsymbol{\sigma_1} = \boldsymbol{\sigma_2}$).

Альтернативная гипотеза: дисперсия одной выборки больше дисперсии другой выборки.

F-критерий рассчитываем по формуле

$$F_p = \frac{S_1^2(Y_1)}{S_2^2(Y_2)}, \quad \text{если } S_1^2 > S_2^2$$

$$F_p = \frac{S_2^2(Y_2)}{S_1^2(Y_1)}, \quad \text{если } S_2^2 > S_1^2 \tag{3.1}$$

где $S_1^2(Y)$, $S_2^2(Y)$ – соответственно дисперсия первой и второй выборки; m_1, m_2 – объем первой и второй выборки.

Из таблицы приложения 5 выбираем табличное значение критерия Фишера F_T при условии: [P_D=0,95; $f(S_1^2) = m_1 - 1$, (числитель) $f(S_2^2) = m_2 - 1$, (знаменатель) если $S_1^2 > S_2^2$].

Если $F_P \geq F_T$, то нулевая гипотеза о равенстве дисперсий отклоняется на выбранном уровне статистической значимости.

1.2 Расчет t-критерия Стьюдента для независимых выборок

Используют для определения достоверности статистических различий между средними значениями генеральных совокупностей, из которых сформированы две исследуемые независимые выборки. Расчет критерия производится с учетом проверки равенства дисперсий двух выборок.

Выдвигаем **нулевую гипотезу**: между средними значениями генеральных совокупностей, из которых сформированы две исследуемые независимые выборки, отсутствуют достоверные статистические различия (***M1 = M2***)

Альтернативная гипотеза: между средними значениями генеральных совокупностей, из которых сформированы две исследуемые независимые выборки, есть достоверные статистические различия. Среднее значение первой выборки достоверно выше среднего значения второй выборки или среднее значение второй выборки достоверно выше среднего значения первой выборки.

Первый случай – если равноточность двух рядов измерений $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ подтверждена (дисперсии равноточны). В этом случае расчетное значение критерия Стьюдента находится по следующей формуле:

$$t_R = \frac{\left|\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2\right|}{\sqrt{S^2\{Y\}}} \sqrt{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}, \tag{3.2}$$

где $$S^2\{Y\} = \frac{(m_1-1)S_1^2\{Y\} - (m_2-1)S_2^2\{Y\}}{m_1+m_2-2}, \tag{3.3}$$

где $\overline{Y}_1, \overline{Y}_2$ – средние значения в двух выборках.

Из таблицы приложения 4 выбираем табличное значение критерия Стьюдента $t_T\,[P_D = 0{,}95;\ f = m_1 + m_2 - 2]$. Если $t_R \le t_T$, то нулевая гипотеза подтверждается, средние в двух выборках равноточны, и наоборот.

Второй случай – равноточность двух рядов измерений $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ не подтверждается (дисперсии неравноточны). В этом случае расчетное значение критерия Стьюдента находится по следующей формуле:

$$t_R = \frac{\left|\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2\right|}{\sqrt{\dfrac{S^2\{Y_1\}}{m_1} + \dfrac{S^2\{Y_2\}}{m_2}}}. \tag{3.4}$$

Для нахождения табличного значения ***t-критерия*** необходимо сначала найти общее число степеней свободы ***f***, исходя из известных чисел свободы для каждой дисперсии ($f_1 = m_1 - 1 \quad f_2 = m_2 - 1$):

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1(1-C)^2 + C^2 f_2},$$

где $$C = \frac{\dfrac{S_1^{\,2}\{Y_1\}}{m_1}}{\dfrac{S_1^{\,2}\{Y_1\}}{m_1} + \dfrac{S_2^{\,2}\{Y_2\}}{m_2}}. \tag{3.5}$$

Далее находят табличное значение $t_T\,[P_D = 0{,}95;\ f\,]$ и сравниваю его с расчетным t_R. В случае если $t_R \ge t_T$, то нулевая гипотеза о равенстве средних отклоняется, на выбранном уровне статистической значимости.

2. Непараметрический критерий

В основе применения параметрических критериев сравнения лежит целый набор допущений, которым должны удовлетворять исследовательские данные (например, форма распределения выборочных статистик, равенство дисперсий, метрическая шкала зависимой переменной) для того, чтобы соответствующий критерий можно было использовать. Однако часто характеристика, подлежащая сравнению, бывает измерена в порядковой шкале. Последнее делает проверку допущений параметрических критериев бессмысленной, по причине невозможности осуществления большинства математических операций с порядковыми шкалами.

Для таких случаев существуют непараметрические аналоги параметрических критериев, не требующие соблюдения каких-либо допущений.

2.1 Расчет критерия Вилкоксона

Критерий используется для сравнения средних двух независимых выборок и базируется на применении рангов вариационного ряда. Рассмотрим пример использования критерия при объеме выборки $m < 25$. При использовании критерия Вилкоксона проводят следующие операции:

1. Общее количество замеров $m = m_1 + m_2$ (m_1, m_2 – соответственно объем первой и второй выборки) обеих выборок Y_1 и Y_2 располагают в один вариационный ряд Y_i, для чего элементы выборки размещают в порядке возрастания значений.

2. Каждому члену вариационного ряда приписывается порядковый номер-ранг $r(Y_i)$, последовательно возрастающий от 1 до $m = m_1 + m_2$.

3. Вычисляются суммарные ранги каждой выборки в общем вариационном ряду:

$$R(Y_1) = \sum_{i=1}^{m_1} r(Y_{1i}), \tag{3.6}$$

$$R(Y_2) = \sum_{i=1}^{m_2} r(Y_{2i}). \tag{3.7}$$

При этом всегда выполняется равенство:

$$R(Y_1) + R(Y_2) = \frac{m(m+1)}{2}. \tag{3.8}$$

<u>Это равенство служит для контроля расчетов</u>.

4. Суммарный ранг $R(Y_1)$ для выборки <u>с меньшим объемом</u> m_1 ($m_1 \le m_2$) сравнивается с границами интервала: нижняя – R_{TH} и верхняя R_{TB}, в который попадает величина $R(Y_1)$ при заданном уровне значимости α. Нижняя граница R_{TH} определяется по таблице приложения 3 при условии [$\alpha/2; m_1; m_2$]. Верхняя граница R_{TB} определяется по формуле

$$R_{TB}[\frac{\alpha}{2}, m_1, m_2] = (m+1)m_1 - R_{TH}[\frac{\alpha}{2}, m_1, m_2]. \tag{3.9}$$

5. Проверить неравенство и сделать выводы:

$$R_{TH}[\frac{\alpha}{2}, m_1, m_2] < R(Y_1) < R_{TB}[\frac{\alpha}{2}, m_1, m_2]. \qquad (3.10)$$

Если неравенство не нарушается, то гипотеза об однородности выборок не отвергается, то есть средние в двух выборках равны.

Пример

В результате измерения показателя непсов на образцах кардной хлопчатобумажной пряжи линейной плотности 25 текс, наработанной на двух кольцепрядильных машинах, получены данные, представленные в таблице 5.

Таблица 5 – Результаты эксперимента

Номер машины	Количество непсов на 1 км пряжи								m_i
1	68	71	68	51	62	74	-	-	6
2	75	77	72	82	75	70	62	54	8

Необходимо показать, действительно ли приведенные данные подтверждают различие в свойствах пряжи по показателю непсов.

Для ответа на поставленный вопрос рассчитаем непараметрический критерий Вилкоксона.

1. Определяем общее количество замеров $m = 6 + 8 = 14.$

2. Ранжируем все данные двух выборок в один вариационный ряд по следующей форме:

Y_{1i}	51	-	62	-	68	68	-	71	-	74	-	-	-	-
Y_{2i}	-	54	-	62	-	-	70	-	72	-	75	75	77	82
$r(Y_{1i})$	1	-	3	-	5	6	-	8	-	10	-	-	-	-
$r(Y_{2i})$	-	2	-	4	-	-	7	-	9	-	11	12	13	14

3. Определяем сумму рангов по формулам (3.6, 3.7)

$$R(Y_1) = 1 + 3 + 5 + 6 + 8 + 10 = 33,$$

$$R(Y_2) = 2 + 4 + 7 + 9 + 11 + 12 + 13 + 14 = 72.$$

Проверяем правильность расчета путем проверки равенства (3.8):

$33 + 72 = \frac{14(14+1)}{2}$ – расчет проведен правильно.

4. По таблице приложения 3 находим нижнюю границу интервала $R_{TH}[\frac{0.05}{2};6;8]=28$ и по формуле (3.9) получаем $R_{TB}[\frac{0.05}{2};6;8]=(14+1)\cdot 6-29=61$.

5. Проверяем неравенство (формула (3.10)): $29<R(Y_1)=33<61$.

Неравенство не нарушается, и поэтому гипотеза об однородности выборок не отвергается, то есть два образца пряжи по качеству (количеству непсов) значимо не отличаются.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ОДНОФАКТОРНЫХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ПО ДАННЫМ ПАССИВНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель работы: освоить навыки расчета парного коэффициента корреляции для установления статистически значимой связи между исследуемыми переменными.

Задание

Используя результаты регистрации двух переменных (пассивный эксперимент) (*приложение 7*) рассчитать парный коэффициент корреляционной взаимосвязи и оценить значимость связи.

Основные сведения

При исследовании какого-либо объекта и одновременной регистрации двух (X и Y) или более факторов получается две или более последовательностей (по количеству факторов), сопряженных случайных чисел, являющихся координатами точек в многомерном пространстве признаков. Множество таких точек образует корреляционное поле, причем количество точек будет равно количеству наблюдений за объектом. Чем меньше разброс точек в корреляционном поле, тем сильнее теснота связи между случайными величинами.

Для оценки степени взаимосвязи двух случайных величин X и Y рассчитывают числовую характеристику r_{YX}, называемую <u>*коэффициентом корреляции*</u>. Если численное значение коэффициента корреляции положительное – связь *прямо пропорциональная*, если отрицательное – связь *обратно пропорциональная*.

По тесноте корреляционная связь между случайными величинами считается:

- связь отсутствует при $0{,}3 \ge |r_{YX}|$;
- слабой при $0{,}3 < |r_{YX}| \le 0{,}4$;
- средней при $0{,}4 < |r_{YX}| \le 0{,}7$;
- сильной при $0{,}7 < |r_{YX}| \le 0{,}9$;
- очень сильной при $0{,}9 < \backslash r_{YX} |$.

Выполнение задания

Для выполнения расчета воспользуйтесь данными таблицы, приведенной в приложении 7.

1. Определяем средние значения $\overline{X}_1$ и $\overline{Y}$, их дисперсии $S^2(X_1)$ и $S^2(Y)$ для совокупностей по формулам (1.1 – 1.3) (можно воспользоваться уже проведенным расчетом в задании лабораторной работы № 1).

2. Расчет коэффициента корреляции и определение его значимости:

$$r_{YX_1} = \frac{\sum_{i=1}^{m} (X_{1i} - \overline{X}_1) \cdot (Y_i - \overline{Y})}{(m-1) \cdot S\{X_1\} \cdot S\{Y\}}. \qquad (4.1)$$

По значению коэффициента делаем вывод о тесноте корреляционной взаимосвязи между X_1 и Y.

Для определения значимости коэффициента корреляции определяем расчетное значение критерия Стьюдента:

$$t_r\{r_{YX_1}\} = \frac{r_{YX_1}\sqrt{m-2}}{\sqrt{1-r_{YX_1}^2}}. \qquad (4.2)$$

По таблице приложения 4 определяем теоретическое значение критерия Стьюдента $t_T[P_D = 0{,}95;\ f = m-2]$. Если $t_R\{r_{YX_1}\} > t_T$, то гипотеза о наличии корреляционной взаимосвязи между X_1 и Y не отвергается. Если

, то корреляционная взаимосвязь между X_1 и Y незначима.

Определение линейной модели корреляционной взаимосвязи

Рассчитываем значения коэффициентов линейных уравнений сопряженных прямых:

$$d_{0X} = \overline{Y}, \qquad d_{1X} = \frac{r_{YX_1} \cdot S(Y)}{S(X_1)}, \tag{4.3}$$

$$d_{0Y} = \overline{X}_1, \qquad d_{1Y} = \frac{r_{YX_1} \cdot S(X_1)}{S(Y)}. \tag{4.4}$$

Подставляем полученные значения в соответствующие уравнения:

$$Y = d_{0X} + d_{1X}(X_1 - \overline{X}_1), \tag{4.5}$$

$$X = d_{0Y} + d_{1Y}(Y - \overline{Y}). \tag{4.6}$$

Раскрываем скобки и получаем уравнения прямой. Н графике 2 строим сопряженные прямые $Y = f(X)$ и $X = f(Y)$ (показываем угол φ между ними).

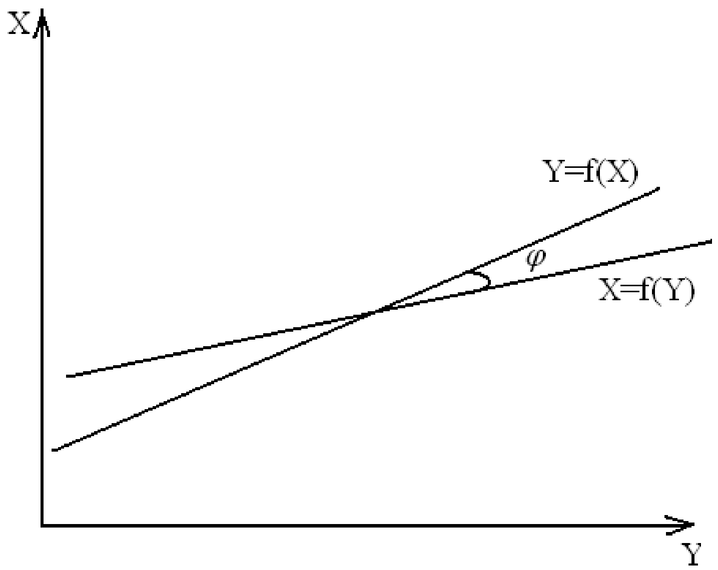

Рисунок 2 – График сопряженных линий корреляционной связи

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5
ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ МНОГОФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ ПО ДАННЫМ ПАССИВНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель работы: освоить навыки определения статистической связи между более чем двумя исследуемыми переменными путем расчета множественного коэффициента корреляции.

Задание

Используя результаты регистрации трех переменных (пассивный эксперимент) (приложение 7), рассчитать множественный коэффициент корреляции их взаимосвязи.

Основные сведения

В результате дискретных измерений факторов X_1 , X_2 и выходного параметра Y получают совокупность случайных чисел. Теснота линейной связи между случайными величинами X_1, X_2 и Y определяется множественным коэффициентом корреляции. Этот коэффициент определяет силу совместного влияния всех факторов на выходной параметр.

Выполнение задания

1. Расчет основных статистических характеристик

Определяем средние значения и дисперсии:

$$\overline{Y} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Y_i , \quad \overline{X}_1 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} X_{1i} , \quad \overline{X}_2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} X_{2i} , \tag{5.1}$$

$$S^2(Y) = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(Y_i - \overline{Y})^2 , \tag{5.2}$$

$$S^2(X_1) = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(X_{1i} - \overline{X}_1)^2 , \tag{5.3}$$

$$S^2(X_2) = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(X_{2i} - \overline{X}_2)^2 , \tag{5.4}$$

$$S(Y) = \sqrt{S^2(Y)} ,$$

$$S(X_1) = \sqrt{S^2(X_1)} ,$$

$$S(X_2) = \sqrt{S^2(X_2)} .$$

2. Расчет парных коэффициентов корреляции:

$$r_{YX_1} = \frac{\sum_{i=1}^{m} (X_{1i} - \overline{X}_1) \cdot (Y_i - \overline{Y})}{(m-1) \cdot S\{X_1\} \cdot S\{Y\}}, \tag{5.5}$$

$$r_{YX_2} = \frac{\sum_{i=1}^{m} (X_{2i} - \overline{X}_2) \cdot (Y_i - \overline{Y})}{(m-1) \cdot S\{X_2\} \cdot S\{Y\}}, \tag{5.6}$$

$$r_{X_1X_2} = \frac{\sum_{i=1}^{m} (X_{1i} - \overline{X}_1) \cdot (X_{2i} - \overline{X}_2)}{(m-1) \cdot S\{X_1\} \cdot S\{X_2\}}. \tag{5.7}$$

3. Расчет множественного коэффициента корреляции и определение его значимости

$$R_{YX_1X_2} = \sqrt{\frac{r_{YX_1}^2 + r_{YX_2}^2 - 2 \cdot r_{YX_1} \cdot r_{YX_2} \cdot r_{X_1X_2}}{1 - r_{X_1X_2}^2}}. \tag{5.8}$$

Используя критерий Стьюдента, определяем значимость найденного коэффициента:

$$t_R(R_{YX_1X_2}) = \frac{R_{YX_1X_2}}{S(R_{YX_1X_2})}. \tag{5.9}$$

Среднее квадратическое отклонение определяется по формуле

$$S(R_{YX_1X_2}) = \frac{1 - R^2{}_{YX_1X_2}}{\sqrt{m - M - 1}}, \tag{5.10}$$

где $M = 2$ (число факторов) и $m = 10$ (количество испытаний).

По таблице приложения 4 определяем теоретическое значение критерия Стьюдента $t_T[P_D = 0,95; f = m - M - 2]$. Если $t_R\{R_{YX_1X_2}\} > t_T$, множественный коэффициент корреляции значим.

4. Определение линейной модели корреляционной взаимосвязи

Искомая модель имеет вид:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2, \quad (5.11)$$

где a_0, a_1, a_2 – коэффициенты с натуральными значениями факторов;

$$a_1 = \frac{r_{YX_1} - r_{YX_2} \cdot r_{X_1X_2}}{1 - r^2_{X_1X_2}} \cdot \frac{S(Y)}{S(X_1)}, \quad (5.12)$$

$$a_2 = \frac{r_{YX_2} - r_{YX_1} \cdot r_{X_1X_2}}{1 - r^2_{X_1X_2}} \cdot \frac{S(Y)}{S(X_1)}, \quad (5.13)$$

$$a_0 = \overline{Y} - a_1 \cdot \overline{X}_1 - a_2 \cdot \overline{X}_2. \quad (5.14)$$

Записываем уравнение (5.11), подставляя рассчитанные численные значения коэффициентов.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6 РАЗРАБОТКА РЕГРЕССИОННОЙ ОДНОФАКТОРНОЙ МОДЕЛИ (МОДЕЛИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА) ПО ДАННЫМ АКТИВНОГО

Цель работы: освоить методику разработки модели первого порядка по данным активного эксперимента.

Задание

Провести активный эксперимент в широком диапазоне изменения фактора X. Используя результаты регистрации данных (*приложение 11*), разработать модель вида:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot x. \quad (6.1)$$

Основные сведения

После того, как исследователь убедится в наличии статистически значимых связей между анализируемыми переменными, он может приступать к выявлению и математическому описанию конкретного вида интересующих его зависимостей, а именно:

- подбирает класс функций, в рамках которого будет проводиться дальнейший анализ;
- производит, если это необходимо, отбор наиболее информативных предсказывающих переменных (входящих факторов);

- вычисляет оценки коэффициентов уравнения зависимости;
- анализирует точность полученного уравнения связи.

Все вышеперечисленное и составляет содержание регрессионного анализа.

Применение регрессионного анализа правомерно при выполнении следующих условий:

1. Значения выходного параметра $\boldsymbol{Y}$ в каждом опыте матрицы планирования эксперимента представляют собой независимые, нормально распределенные случайные величины.
2. Дисперсии выходного параметра в различных опытах матрицы однородны.
3. Значения уровней факторов не являются линейной комбинацией от уровней остальных факторов.
4. Точность определения значений выходного параметра значительно ниже точности определения величины уровня фактора.

Если одно из приведенных выше условий не будут выполняться, эффективность анализа значительно снижается, и по найденной модели могут быть получены неверные технологические выводы.

Выполнение задания

1. Ввод исходных данных.

По результатам эксперимента заполнить таблицу (Таблица 5). Можно воспользоваться значениями, приведенными в приложении 11.

Таблица 5 – Экспериментальные данные

X_u	u	Y_{ui}					$\sum_{i=1}^{m} Y_{ui}$	$\overline{Y_u}$	$S_u^2(Y)$
		$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$			
	1								
	2								
	3								
	4								
	5								
								Сумма	

2. Нахождение статистических характеристик

Находят средние значения функции отклика по строкам $\overline{Y_u}$ и построчные дисперсии $S_u^2(Y)$ по формулам:

$$\bar{Y}_u = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Y_u \ , \qquad S_u{}^2(Y_u) = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(Y_{ui} - \bar{Y}_u)^2 \ , \qquad (6.2)$$

где $\boldsymbol{m}$ – число повторностей опыта.

3. Проверка гипотезы об однородности дисперсий

Если число повторных опытов ***m*** одинаково для всех опытов матрицы, то для проверки однородности дисперсий применяется критерий Кочрена, расчетное значение которого определяется по формуле

$$G_R = \frac{S^2_{u\,max}(Y)}{\sum\limits_{u=1}^{N} S^2_u(Y)}, \qquad (6.3)$$

где N – количество опытов

Расчетное значение G_R сравнивают с табличным значением для заданной доверительной вероятности.

Если $G_R < G_T$,, то гипотеза об однородности дисперсий принимается, если, $G_R < G_T$ то гипотеза об однородности дисперсий отвергается, следует применить методику исключения резко выделяющихся величин или найти причину возникновения большой дисперсии в u-м опыте, а затем повторить (полностью или частично) экспериментальную часть работы.

4. Вычисление дисперсии воспроизводимости выходного параметра в опытах матрицы

Если в опытах матрицы дисперсии однородны и число повторных опытов одинаково, то средняя дисперсия определяется по формуле

$$S^2_{восп}(Y) = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} S^2_u \,. \qquad (6.4)$$

5. Вычисление коэффициентов искомого уравнения (модели) и их дисперсий

Для получения искомого уравнения (6.1) предварительно находят коэффициенты уравнения:

$$Y_R = d_0 + d_1(X - \overline{X}), \qquad (6.5)$$

где

$$\overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} X_u, \qquad (6.6)$$

$$d_0 = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} \overline{Y}_u = \overline{Y}, \qquad (6.7)$$

$$d_1 = \frac{\sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X})\overline{Y}_u}{\sum_{u=1}^{N}(X_u - \overline{X})^2}. \qquad (6.8)$$

Расчеты необходимых сумм сводим в таблицу (таблица 6).

Таблица 6 – Промежуточные расчеты

u	X_u	$X_u - \overline{X}$	$(X_u - \overline{X})^2$	$\overline{Y}_u$	$(X_u - \overline{X})\overline{Y}_u$	$d_1 \cdot X_u$	Y_{Ru}	$\overline{Y}_u$	$\overline{Y}_u - Y_{Ru}$	$\left(\overline{Y}_u - Y_{Ru}\right)^2$
1										
2										
3										
4										
5										

Преобразуем уравнение (6.5) в уравнение (6.1).

6. Проверка адекватности полученной модели

Вначале определяется дисперсия неадекватности:

$$S^2_{неад} = \frac{m\sum_{u=1}^{N}(Y_u - Y_{Ru})^2}{N-2}, \qquad (6.9)$$

где Y_{RU} – возвращаемые моделью расчетные значения выходного параметра, которые определяют для каждого опыта путем подстановки в полученное уравнение соответствующих значений входных параметров.

Расчеты необходимых сумм сводим в таблицу (таблица 6).
Определяем расчетное значение критерия Фишера:

$$F_R = \frac{S^2_{неад}(Y)}{S^2_{восп}(\overline{Y})}, \text{ если } S^2_{неад}(Y) > S^2_{восп}(Y), \qquad (6.10)$$

$$F_R = \frac{S^2_{восп}(\overline{Y})}{S^2_{неад}(Y)}, \text{ если } S^2_{восп}(Y) > S^2_{неад}(Y). \qquad (6.11)$$

Расчетное значение критерия Фишера $\boldsymbol{F_R}$ сравнивают с табличным $\boldsymbol{F_T}$, которое определяют по таблице (приложение 5) при условии, что $\boldsymbol{P_D = 0{,}95}$,

.

Если $\boldsymbol{F_R < F_T}$, то с вероятностью $\boldsymbol{P_D}$ гипотеза об адекватности полученной модели принимается. Если $\boldsymbol{F_R > F_T}$, гипотеза об адекватности отвергается и необходимо переходить к описанию процесса моделью более высокого порядка на базе другого вида эксперимента.

7. Оценка значимости полученных коэффициентов регрессии

Значимость полученных коэффициентов оценивается с помощью критерия Стьюдента, расчетное значение которого (для каждого коэффициента) определяется по формуле

$$t_R(d_i) = \frac{|d_i|}{\sqrt{S^2(d_i)}}, \tag{6.12}$$

где

$$S^2(d_0) = \frac{S^2(Y)}{m \cdot N}, \tag{6.13}$$

$$S^2(d_1) = \frac{S^2(Y)}{m \cdot \sum_{u=1}^{N} (X_u - \overline{X})^2}, \tag{6.14}$$

$$S^2(Y) = \frac{(m-1) \cdot N \cdot S^2_{восп}(Y) + (N-2) \cdot S^2_{неад}(Y)}{m \cdot N - 2} \quad . \tag{6.15}$$

Полученное расчетное значение $\boldsymbol{t_R}$ сравнивается с табличным $\boldsymbol{t_T}$, которое определяют по таблице (приложение 4) при условии, что $\boldsymbol{P_D = 0{,}95}$ и число степеней свободы .

Если $t_R(d_i) > t_T$, то коэффициенты уравнения значимы и линейная связь между $\boldsymbol{X}$ и $\boldsymbol{Y}$ значима.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 7
РАЗРАБОТКА РЕГРЕССИОННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ПОЛНОГО ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Цель работы освоить методику разработки модели второго порядка по данным полного факторного эксперимента с использованием матрицы первого порядка.

Задание

Провести полный факторный эксперимент для трех факторов X_1, X_2, X_3 в диапазоне изменения фактора от -1 до 1. Используя результаты регистрации данных (приложение 12), разработать модель вида:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 + a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + \\ + a_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + a_{13} \cdot x_1 \cdot x_3. \qquad (7.1)$$

Основные сведения

В задачу планирования эксперимента входит:

♦ выбор необходимых для эксперимента опытов, то есть построение матрицы планирования;

♦ выбор методов математической обработки результатов эксперимента.

Матрица планирования эксперимента представляет собой таблицу, в которой указаны значения уровней факторов в различных сериях опытов. Матрицы планирования должны удовлетворять ряду требований:

♦ *ортогональность* – независимость получаемых коэффициентов регрессии и возможность исключения членов модели с незначимыми коэффициентами без последующего пересчета значимых коэффициентов;

♦ *ротатабельность* – постоянство дисперсии выходного параметра на равных расстояниях от центра эксперимента;

♦ *униформность* – постоянство дисперсии выходного параметра в некоторой области вокруг центра эксперимента.

Эксперимент, реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней исследуемых факторов, называется полным факторным экспериментом (ПФЭ). Он применяется для получения регрессионной многофакторной модели (РМФМ) при исследовании локального участка факторного пространства, не соответствующего его экстремальной части. РМФМ, получаемая по результатам ПФЭ, имеет вид линейного полинома:

$$Y_R = a_0 + a_1 \cdot x_1 + K + a_i \cdot x_i + a_M \cdot x_M \qquad (7.2)$$

или неполного полинома второго порядка:

$$\boldsymbol{Y_R = a_0 + a_1 \cdot x_1 + K + a_i \cdot x_i + a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 +}$$
$$\boldsymbol{+K + a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + K + a_{M-1,M} \cdot x_{M-1} \cdot x_M} \quad , \qquad (7.3)$$

где $\boldsymbol{Y_R}$ – расчетное значение выходного параметра; $\boldsymbol{x_i}$ – кодированные значения уровней факторов; $\boldsymbol{a_i}$, $\boldsymbol{a_j}$ – значения коэффициентов регрессии; $\boldsymbol{i = 1, K, M}$, $\boldsymbol{j = 1, K, M}$ – номер фактора.

В матрице планирования используются кодированные значения уровней фактора:
(-) – нижний уровень фактора (равен -1);
(+)– верхний уровень фактора (равен +1);

Например, для двухуровневого трехфакторного эксперимента (2^3) матрица ПФЭ содержит восемь опытов (таблица 7). Для изучения описываемой методики можно воспользоваться значениями, приведенными в приложении 12.

Таблица 7 – Матрица планирования эксперимента по результатам ПФЭ

u	Факторы				Сочетания			Yui		$\overline{Y}_u$	$S_u^2(Y)$
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	Y_{u1}	Y_{u2}		
1	+	-	-	-							
2	+	+	-	-							
3	+	-	+	-							
4	+	+	+	-							
5	+	-	-	+							
6	+	+	-	+							
7	+	-	+	+							
8	+	+	+	+							
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	$\sum$	$\sum$

Выполнение задания

1. Нахождение статистических характеристик

Находят средние значения функции отклика по строкам $\boldsymbol{\overline{Y}_u}$ и построчные дисперсии $\boldsymbol{S_u^2(Y)}$ по формулам (6.2).

2. Проверка гипотезы об однородности дисперсий

Проверку проводим по формуле (6.3) критерия Кочрена**.** Расчетное значение $\boldsymbol{G_R}$ сравнивают с табличным значением $\boldsymbol{G_T}$, которое определяют (приложение 6) в зависимости от числа опытов в матрице $\boldsymbol{N}$ и числа степеней свободы дисперсии для заданной доверительной вероятности.

Если $\boldsymbol{G_R < G_T}$, то гипотеза об однородности дисперсий принимается, если, $\boldsymbol{G_R < G_T}$ то гипотеза об однородности дисперсий отвергается, – следует применить методику исключения резко выделяющихся величин или найти причину возникновения большой дисперсии в ***u***-м опыте, а затем повторить (полностью или частично) экспериментальную часть работы.

Если число повторных опытов ***m*** различно для разных опытов матрицы, то для проверки гипотезы об однородности дисперсий в опытах матрицы применяется критерий Бартлета [2].

3. Вычисление дисперсии воспроизводимости выходного параметра в опытах матрицы

Если в опытах матрицы дисперсии однородны и число повторных опытов одинаково, то средняя дисперсия определяется по формуле

$$S^2_{восп}(Y) = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} S^2_u . \tag{7.4}$$

4. Вычисление коэффициентов искомого уравнения (модели)

Коэффициенты регрессии определяются по следующим формулам:

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N}\overline{Y}_u , \tag{7.5}$$

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu}\cdot\overline{Y}_u (i = 0, 1, K, M), \tag{7.6}$$

$$b_{ij} = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu}\cdot x_{ju}\cdot\overline{Y}_u (i \neq j). \tag{7.7}$$

В результате подстановки рассчитанных значений коэффициентов в уравнение (7.1) получаем регрессионную многофакторную модель, которая, однако, не является окончательной моделью изучаемого процесса.

5.Оценка значимости полученных коэффициентов регрессии

Значимость полученных коэффициентов оценивается с помощью критерия Стьюдента, расчетное значение которого (для каждого коэффициента) определяется по формуле

$$t_R(b_i) = \frac{|b_i|}{\sqrt{S^2(b_i)}}, \tag{7.8}$$

где

$$S^2(b_i) = \frac{1}{N} S^2(\overline{Y}),$$
$$S^2(\overline{Y}) = \frac{1}{N \cdot m} S^2_{восп}(Y). \quad (7.9)$$

Полученное расчетное значение t_R сравнивается с табличным t_T, которое определяют по таблице (приложение 4) при условии, что $P_D = 0{,}95$ и число степеней свободы .

Если $t_R(b_i) < t_T$, то коэффициент уравнения bi незначим и его необходимо приравнять к нулю, т.е. исключить член $b_i \cdot x_i$ из модели.

Необходимо учитывать, что значимость коэффициентов зависит не только от удельного влияния данного фактора на выходной параметр, но и от интервала варьирования уровней фактора. Незначимость может быть обусловлена малым интервалом варьирования фактора, большой дисперсией воспроизводимости вследствие наличия неуправляемых и неконтролируемых факторов, а также расположением основного уровня фактора близко к точке частного экстремума выходного параметра по этому фактору. После исключения незначимых коэффициентов записывается искомая модель.

6. Проверка адекватности полученной модели

Проверку адекватности модели можно проводить только при условии, что число проведенных опытов больше числа коэффициентов модели $N > Nk$.

Вначале определяется дисперсия неадекватности:

$$S^2_{неад} = \frac{\sum_{u=1}^{N} (\overline{Y}_u - Y_{Ru})^2}{N - N_{зн.коэф}}, \quad (7.10)$$

где $N_{зн.коэф}$ – число значимых (оставшихся) коэффициентов в модели; Y_{RU} – возвращаемые моделью расчетные значения выходного параметра, которые определяют для каждого опыта путем подстановки в полученное уравнение соответствующих значений входных параметров.

Определяют расчетное значение критерия Фишера:

$$F_R = \frac{S^2_{неад}(Y)}{S^2(\overline{Y})}, \text{ если } S^2_{неад}(Y) > S^2(\overline{Y}), \quad (7.11)$$

$$F_R = \frac{S^2(\overline{Y})}{S^2_{неад}(Y)}, \text{ если } S^2(\overline{Y}) > S^2_{неад}(Y). \quad (7.12)$$

Расчетное значение критерия Фишера F_R сравнивают с табличным F_T, которое определяют по таблице (приложение 5) при условии, что $P_D = 0{,}95$,

.

Если $F_R < F_T$, то с вероятностью P_D гипотеза об адекватности полученной модели принимается. Если гипотеза об адекватности отвергается, необходимо переходить к описанию процесса полиномом второго порядка на базе другого вида эксперимента или, если это возможно, проводить эксперимент с меньшим интервалом варьирования уровней факторов. Однако неоправданное уменьшение интервала варьирования может обусловить статистическую незначимость коэффициентов регрессии.

Дополнительные сведения

В последнее время появились матрицы, которые удовлетворяют требованиям оптимальности оценок коэффициентов модели и выходного параметра при уменьшенном числе опытов. Матрицу, которая обеспечивает получение минимума обобщенной дисперсии, то есть минимума дисперсии всех коэффициентов регрессии ($S^2\{b\}\rightarrow min$), называют ***D***-оптимальной. Одним из достоинств данных матриц является то, что факторы варьируются только на трех уровнях.

Регрессионная модель, разрабатываемая по результатам ***D***-оптимальной матрицы имеет вид:

$$Y_R = b_0 + \sum_{i=1}^{M} b_i \cdot x_i + \sum_{i=j=1, i\neq j}^{M} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^{M} b_{ii} \cdot x_i^2 . \qquad (7.13)$$

Ниже приведены некоторые наиболее известные матрицы, имеющие хорошие статистические характеристики и включающие небольшое число опытов. При этом используются следующие обозначения:

♦ ***M*** – число факторов (входных параметров);
♦ ***N*** – общее число опытов в матрице;
♦ $N_ц$ – число опытов в центре эксперимента;

В условном обозначении строк в матрице используются следующие сокращения:

♦ ***a, b, c, d, e*** – факторы (соответственно X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) на верхнем уровне;
♦ ***a(0),b(0),c(0),d(0),e(0)*** – факторы (соответственно X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) на основном уровне;
♦ (1) – все факторы в данной строке на нижнем уровне [3].

Матрица Коно (Ko_2)

M	***N***	***Nц***	Условное обозначение строк в матрице
2	9	1	***ab, b, a, (1), ab(0), b(0), a(0)b, a(0), a(0)b(0)***

Матрица Бокса (B_3)

M	*N*	*Nц*	Условное обозначение строк в матрице
3	14	0	***abc ,bc, ac, c, ab, b, a, (1), ab(0)c(0), b(0)c(0), a(0)bc(0), a (0)c(0), a(0)b(0)c, a(0)b(0)***

Матрица Бокса (B_4)

м	*N*	*Nц*	Условное обозначение строк в матрице
4	24	0	***abcd, bcd, acd, cd, abd, bd, ad, d, abc, bc, ac, c, ab, b, a, (1), ab(0)c(0)d(0), b(0)c(0)d(0), a(0)bc(0)d(0), a(0)c(0)d(0), a(0)b(0)cd(0), a(0)b(0)d(0), a(0)b(0)c(0)d, a(0)b(0)c(0)***

Матрица Бокса (B_5)

M	*N*	*Nц*	Условное обозначение строк в матрице
5	42	0	***abcde, bcde, acde, cde, abde, bde, ade, de, abce, bce, ace, ce,abe, be, ace, abcd, bcd, acd, cd, abd, bd, ad, d, abc, bc, ac, c, ab, b, a, (1), ab(0)c(0)d(0)e(0), b(0)c(0)d(0)e(0), a(0)bc(0)d (0)e(0), a(0)c(0)d(0)e(0), a(0)b(0)cd(0)e(0), a(0)b(0)d(0)e(0), a(0)b(0)e(0)de(0), a(0)b(0)c(0)e(0),a(0)b(0)c(0)d(0)e, a(0)b(0)c(0)d(0)***

Матрица Хартли (Ha_5):

M	*N*	*Nц*	Условное обозначение строк в матрице
5	27	1	***abcde, bcd, acd, cde, abd, bde, ade, d, abc, bce, ace, c, abe, b, a, e, ab(0)c(0)d(0)e(0), b(0)c(0)d(0)e(0), a(0)bc(0)d(0)e(0), a(0)c(0)d(0)e(0), a(0)c(0)d(0)e(0), a(0)b(0)cd(0)e(0), a(0)b(0)d(0)e(0), a(0)b(0)c(0)de(0), a(0)b(0)c(0)e(0), a(0)b(0)c(0)d(0)e, a(0)b(0)c(0)d(0), a(0)d(0)c(0)d(0)e(0)***

Литература

1. Методические указания к лабораторным работам по курсу «Методы и средства исследования механико-технологических процессов текстильной промышленности» / С. М. Литовский. – Витебск : УО «ВГТУ» 1996. –42 с.
2. Севостьянов, А. Г. Методы и средства исследований механико-технологических процессов текстильной промышленности / А. Г. Севостьянов. – Москва : МГТУ им. А. Н. Косыгина, 2007. – 648 с.
3. Интернет сайт. Режим доступа: soc-research.info
4. Айвазян, С. А. Прикладная статистика : основы моделирования и первичная обработка данных / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. – Москва : Финансы и статистика, 1985. – 362 с.

Приложение 1

Критические значения критерия Смирнова-Граббса $\boldsymbol{V_T}$

Количество элементов совокупности	Уровень доверительной вероятности		
m	0,99	0,95	0,90
3	1,414	1,412	1,406
4	1,723	1,689	1,645
5	1,955	1,869	1,791
6	2,130	1,996	1,894
7	2,265	2,093	1,974
8	2,374	2,172	2,041
9	2,464	2,237	2,097
10	2,540	2,294	2,146
11	2,606	2,343	2,19
12	2,663	2,387	2,229
13	2,714	2,426	2,664
14	2,759	2,461	2,297
15	2,800	2,493	2,326
16	2,837	2,523	2,354
17	2,871	2,551	2,380
18	2,903	2,577	2,404
189	2,932	2,600	2,426
20	2,959	2,626	2,447
21	2,984	2,644	2,467
22	3,008	2,664	2,486
23	3,030	2,683	2,504
24	3,051	2,701	2,502
25	3,071	2,717	2,537

[Введите текст]

Приложение 2

Критические значения критерия Пирсона χ_T^2

Число степеней свободы	Уровень доверительной вероятности			
f	0,90	0,95	0,99	0.999
1	2,705	3,841	6,635	10,828
2	4,605	5,991	9,210	13,816
3	6,251	7,815	11,345	16,266
4	7,779	9,488	13,277	18,467
5	9,236	11,070	15,086	20,515
6	10,645	12,591	16,812	22,458
7	12,017	14,067	18,475	24,322
8	13,361	15,507	20,090	26,125
9	14,684	16,919	21,666	27,877
10	15,987	18,307	23,209	29,588
11	17,275	19,675	24,725	31,264
12	18,549	21,026	26,217	32,909
13	19,812	22,362	27,688	34,528
14	21,064	23,685	29,141	36,123
15	22,307	24,996	30,578	37,697
16	23,542	26,296	31,999	39,252
17	24,769	27,587	33,409	40,790
18	25,989	28,869	34,805	42,312
189	27,204	30,143	36,191	43,820
20	28,412	31,410	37,566	45,315
21	29,615	32,670	38,932	46,797
22	30,813	33,924	40,289	48,268
23	32,007	35,172	41,638	49,728
24	33,196	36,415	42,980	51,179
25	34,382	37,625	44,314	52,620

Приложение 3

Значения нижней границы интервала $\boldsymbol{R_{TH}}$

m_1	m_2	α						m_1	m_2	α					
		0,001	0,005	0,010	0,025	0,05	0,10			0,001	0,005	0,010	0,025	0,05	0,10
4	4	-	-	-	10	11	13	5	-	-	-	-	-	-	-
	5	-	-	10	11	12	14		5	-	15	16	17	19	20
	6	-	10	11	12	13	15		6	-	16	17	18	20	22
	7	-	10	11	13	14	16		7	-	16	18	20	21	23
	8	-	11	12	14	15	17		8	15	17	19	21	23	25
	9	-	11	13	14	16	19		9	16	18	20	22	24	27
	10	10	12	13	15	17	20		10	16	19	21	23	26	28
	11	10	12	14	16	18	21		11	17	20	22	24	27	30
	12	10	13	15	17	19	22		12	17	21	23	26	28	32
	13	11	13	15	18	20	23		13	18	22	24	27	30	33
	14	11	14	16	19	21	25		14	18	22	25	28	31	35
	15	11	15	17	20	22	26		15	19	23	26	29	33	37
	16	12	15	17	21	24	27		16	20	24	27	30	34	38
	17	12	16	18	21	25	28		17	20	25	28	32	35	40
	18	13	16	19	22	26	30		18	21	26	29	33	37	42
	19	13	17	19	23	27	31		19	22	27	30	34	38	43
	20	13	18	20	24	28	32		20	22	28	31	35	40	45
	21	14	18	21	25	29	33		21	23	29	32	37	41	47
	22	14	19	21	26	30	35		22	23	29	33	38	43	48
	23	14	19	22	27	31	36		23	24	30	34	39	44	50
	24	15	20	23	27	32	38		24	25	31	35	40	45	51
	25	15	20	23	28	33	38		25	25	32	36	42	47	53
6	6	-	23	24	26	28	30	7	-	-	-	-	-	-	-
	7	21	24	25	27	29	32		7	29	32	34	36	39	41
	8	22	25	26	29	31	34		8	30	34	35	38	41	44
	9	23	26	27	31	33	36		9	31	35	37	40	43	46
	10	24	27	28	32	35	38		10	33	37	39	42	45	49

Продолжение приложения 3

	11	25	28	29	34	37	40		11	34	38	40	44	47	51
	12	25	30	30	35	38	42		12	35	40	42	46	49	54
	13	26	31	32	37	40	44		13	36	41	44	48	52	56
	14	27	32	33	38	42	46		14	37	43	45	50	54	59
	15	28	33	34	40	44	48		15	38	44	47	52	56	61
	16	29	34	36	42	46	50		16	39	46	49	54	58	64
	17	30	36	37	43	47	52		17	41	47	51	56	61	66
	18	31	37	39	45	49	55		18	42	49	52	58	63	69

Продолжение приложения 3

m_1	m_2	α						m_1	m_2	α					
		0,001	0,005	0,010	0,025	0,05	0,10			0,001	0,005	0,010	0,025	0,05	0,10
6	19	32	38	41	46	51	57	7	19	43	50	54	60	65	71
	20	33	39	43	48	53	59		20	44	52	56	62	67	74
	21	33	40	44	50	55	61		21	46	53	58	64	69	76
	22	34	42	45	51	57	63		22	47	55	59	66	72	79
	23	35	43	47	53	58	65		23	48	57	61	68	74	81
	24	36	44	48	54	60	67		24	49	58	63	70	76	84
	25	37	45	50	56	62	69		25	50	60	64	72	78	86
8	8	40	43	45	49	51	55	9	-	-	-	-	-	-	-
	9	41	45	47	51	54	58		9	52	56	59	62	66	70
	10	42	47	49	53	56	60		10	53	58	61	65	69	73
	11	44	49	51	55	59	63		11	55	61	63	68	72	76
	12	45	51	53	58	62	66		12	57	63	66	71	75	80
	13	47	53	56	60	64	69		13	59	65	68	73	78	83
	14	48	54	58	62	67	72		14	60	67	71	76	81	86
	15	50	56	60	65	69	75		15	62	69	73	79	84	90
	16	51	58	62	67	72	78		16	64	72	76	82	87	93
	17	53	60	64	70	75	81		17	66	74	78	84	90	97
	18	54	62	66	72	77	84		18	68	76	81	87	93	100

Продолжение приложения 3

	19	56	64	68	74	80	87		19	70	78	83	90	96	103
	20	57	66	70	77	83	90		20	71	81	85	93	99	107
	21	59	68	72	79	85	92		21	73	83	88	95	102	110
	22	60	70	74	81	88	95		22	75	85	90	98	105	113
	23	62	71	76	84	90	98		23	77	88	93	101	108	117
	24	64	73	78	86	93	101		24	79	90	95	104	111	120
	25	65	75	81	88	96	104		25	81	92	98	107	114	123
10	10	65	71	74	78	82	87	11	-						
	11	67	73	77	81	86	87		11	81	87	91	96	100	106
	12	69	76	79	84	89	94		12	83	90	94	99	104	110
	13	72	79	82	88	92	98		13	86	93	97	103	108	114
	14	74	81	85	91	96	102		14	88	96	100	106	112	118
	15	76	84	88	94	99	106		15	90	99	103	110	116	123
	16	78	86	91	97	103	109		16	93	102	107	113	120	127
	17	80	89	93	100	106	113		17	95	105	110	117	123	131
	18	82	92	96	103	110	117		18	98	108	113	121	127	135
	19	84	94	99	107	113	121		19	100	111	116	124	131	139
	20	87	97	102	110	117	125		20	103	114	119	128	135	144
	21	89	99	105	113	120	128		21	106	117	123	131	139	148

Продолжение приложения 3

m_1	m_2	α						m_1	m_2	α					
		0,001	0,005	0,010	0,025	0,05	0,10			0,001	0,005	0,010	0,025	0,05	0,10
10	22	91	102	108	116	123	132	11	22	108	120	126	135	143	152
	23	93	105	110	119	127	136		23	111	123	129	139	147	156
	24	95	107	113	122	130	140		24	113	126	132	142	151	161
	25	98	110	116	126	134	144		25	116	129	136	146	155	165
12	12	98	105	109	115	120	127	13	12	117	125	130	136	142	149
	13	101	109	113	119	125	131		13	120	129	134	141	147	154
	14	103	112	116	123	129	136		14	123	133	138	145	152	159

Продолжение приложения 3

	15	106	115	120	127	133	141		15	126	136	142	150	156	165
	16	109	119	124	131	138	145		16	129	140	146	154	161	170
	17	112	122	127	135	142	150		17	129	140	146	154	161	170
	18	115	125	131	139	146	155		18	135	144	150	158	166	175
	19	118	129	134	143	150	159		19	136	148	154	163	171	180
	20	120	132	138	147	155	164		20	139	151	158	167	175	185
	21	123	136	142	151	159	169		21	142	155	162	171	180	190
	22	126	139	145	155	163	173		22	145	159	166	176	185	195
	23	129	142	149	159	168	178		23	149	163	170	180	189	200
	24	132	146	153	163	172	183		24	152	166	174	185	194	205
	25	135	149	156	167	176	187		25	155	170	178	189	199	211
14	14	137	147	152	160	166	174	15	-	-	-	-	-	-	-
	15	141	151	156	164	171	179		15	160	171	176	184	192	200
	16	144	155	161	169	176	185		16	163	175	181	190	197	206
	17	148	159	165	174	182	190		17	167	180	186	195	203	212
	18	151	163	170	179	187	196		18	171	184	190	200	208	218
	19	155	168	174	183	192	202		19	175	189	195	205	214	224
	20	159	172	178	188	197	207		20	179	193	200	210	220	230
	21	162	176	183	193	202	213		21	183	198	205	216	225	236
	22	166	180	187	198	207	218		22	187	202	210	221	231	242
	23	169	184	192	203	212	224		23	191	207	214	226	236	248
	24	173	188	196	207	218	229		24	195	211	219	231	242	254
	25	177	192	200	212	223	235		25	199	216	224	237	248	260

__Приложение 4__

Критические значения критерия Стьюдента t_T

Число степеней свободы	Уровень доверительной вероятности			
f	0,8	0,90	0,95	0.99
1	3,078	6,314	12,706	63,657
2	1,866	2,920	4,303	9,925
3	1,638	2,353	3,182	5,841
4	1,533	2,132	2,776	4,604
5	1,476	2,015	2,571	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,707
7	1,415	1,895	2,365	3,499
8	1,397	1,860	2,306	3,355
9	1,383	1,833	2,262	3,250
10	1,372	1,812	2,228	3,169
11	1,363	1,796	2,201	3,106
12	1,356	1,782	2,179	3,055
13	1,350	1,771	2,160	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,878
189	1,328	1,729	2,093	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,845
21	1,323	1,721	2,080	2,831
22	1,321	1,717	2,074	2,819
23	1,319	1,714	2,069	2,807

Продолжение приложения 4

24	1,318	1,711	2,064	2,797
25	1,316	1,708	2,060	2,787
26	1,315	1,706	2,056	2,779
27	1,314	1,703	2,052	2,771
28	1,313	1,701	2,048	2,763
29	1,311	1,699	2,045	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,750
40	1,303	1,684	2,021	2,704
60	1,296	1,671	2,000	2,660
120	1,289	1,658	1,980	2,617
∞	1,282	1,645	1,960	2,576

Приложение 5

Значение критерия Фишера F_T

Степень свободы для меньшей дисперсии f_1	Степень свободы для большей дисперсии f_2																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,9	245,9	248,0	249,1	250,1	251,1	252,2	253,3	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,41	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,49	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,225	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,12	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73

Продолжение приложения 5

25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,69
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,90	1,85	1,80	1,75	1,67
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,65
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,64
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,10	2,03	1,94	1,90	1,85	1,81	1,75	1,70	1,62
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,51
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,39
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,25
120	3,922	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,00
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	0,71

Приложение 6

Критерий Кочрена

N	Степень свободы ***f = m - 1***													
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**16**	**36**	**144**	∞
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8772	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7880	0,7341	0,6602	0,5813	0,5000
3	0,9669	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	0,6771	0,6530	0,6333	0,6167	0,6025	0,5466	0,4748	0,4031	0,3333
4	0,9065	0,7679	0,6841	0,6287	0,5859	0,5598	0,5365	0,5175	0,5017	0,4884	0,4366	0,3720	0,3093	0,2500
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5441	0,5065	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,4118	0,3645	0,3066	0,2513	0,2000
6	0,7808	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3880	0,3817	0,3682	0,3568	0,3135	0,2612	0,2119	0,1667
7	0,7271	0,5612	0,4800	0,4307	0,3974	0,3726	0,3535	0,3384	0,3259	0,3154	0,2756	0,2278	0,1833	0,1429
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2829	0,2462	0,2022	0,1616	0,1250
9	0,6385	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	0,3067	0,2901	0,2768	0,2659	0,2568	0,2226	0,1820	0,1446	0,1111
10	0,6020	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2666	0,2541	0,2439	0,2353	0,2032	0,1655	0,1308	0,1000
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,2020	0,1737	0,1403	0,1100	0,0833
15	0,4709	0,3346	0,2758	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815	0,1736	0,1671	0,1429	0,1144	0,0889	0,0667
20	0,3894	0,2705	0,2205	0,1921	0,1935	0,1602	0,1501	0,1422	0,1357	0,1303	0,1108	0,0879	0,0675	0,0500
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1304	0,1286	0,1216	0,1160	0,1113	0,0940	0,0743	0,0567	0,0417
30	0,2929	0,1908	0,1593	0,1377	0,1237	0,1137	0,1061	0,1002	0,0958	0,0921	0,0771	0,0604	0,0457	0,0333
40	0,2370	0,1576	0,1259	0,1082	0,0968	0,0887	0,0827	0,0780	0,0745	0,0713	0,0595	0,0462	0,0347	0,0250
60	0,1737	0,1131	0,0865	0,0765	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0497	0,0411	0,0316	0,0234	0,0167
120	0,0998	0,0632	0,0495	0,0419	0,0371	0,0337	0,0312	0,0292	0,0279	0,0266	0,0218	0,0165	0,0120	0,0083
∞	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Приложение 7

X_1 – разрывная нагрузка пряжи, сН; X_2 – разрывное удлинение пряжи, %; Y – линейная плотность пряжи, текс;
m - количество испытаний

m	Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3			Вариант 4			Вариант 5			Вариант 6			Вариант 7			Вариант 8			Вариант 9			Вариант 10		
	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y
1	285	3,8	9,2	437	10	45	685	15,5	25	1120	15,7	95	960	17,2	99	835	9,8	101	580	9,9	56	1055	14	90	465	7,8	41	750	10,6	76
2	380	6,6	12,2	425	13,4	41	680	15	28	1170	16,9	113	965	17,2	87	1075	14,8	107	440	7,2	44	1190	15	102	675	12,7	59	775	13,4	70
3	240	4,2	8,5	465	12,4	48	660	12,2	20	935	13,3	77	985	18,2	112	1195	13,7	101	755	13,8	62	1175	15,4	114	580	11	41	875	14,5	94
4	260	3,1	10,4	450	12	47	660	13,4	25	1120	16,2	119	930	14	74	1015	13	107	705	11	44	1050	15	96	775	13	70	700	12,8	82
5	355	4,4	9,8	430	9,8	42	645	12	20	1060	16,5	113	935	14,4	81	1025	13,9	113	535	9,3	44	1020	13,7	84	470	8	53	600	10,1	70
6	165	2,4	8,5	450	11,4	46	685	14,2	25	1120	15,7	95	950	14,6	99	1035	15,6	101	490	8,8	33	1075	14,7	90	575	9,9	57	495	8,3	64
7	390	4,1	10,4	450	12,4	46	630	11,4	18	1055	15,3	101	985	17,2	105	995	13,9	107	565	11	56	1095	15,4	108	675	11	63	595	11,2	88
8	165	5	11,6	465	13,4	47	675	14,2	28	1000	13,2	113	940	15,6	87	885	12,2	95	560	11,1	50	1075	14,4	96	575	10,4	51	665	13,2	94
9	390	6,8	11,6	465	12,6	48	655	13	28	1230	15,9	89	960	17	112	965	11,6	88	550	11,9	44	795	9,4	78	650	12,3	69	765	13	70
10	320	4	10,4	405	8,8	40	645	12,6	19	875	11,7	83	960	16,6	93	1175	15,2	120	775	13,1	62	1050	14,4	102	690	12,5	71	820	13,4	82

Продолжение приложения 7

m	Вариант 11			Вариант 12			Вариант 13			Вариант 14			Вариант 15			Вариант 16			Вариант 17			Вариант 18			Вариант 19			Вариант 20		
	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2	Y
1	435	10	29	965	10,8	84	550	7,1	68	675	10,5	61	985	17,2	115	1075	18,5	114	550	7,6	48	365	10	7,5	980	11,9	106	980	11.9	106
2	295	8,2	16	1135	14,8	90	765	13,6	99	405	6,2	36	930	14,4	83	965	12,1	90	575	10,4	45	260	5,7	6,3	840	9,2	94	840	9.2	94
3	245	6,6	18	1270	16,6	120	650	10,3	86	610	8,6	55	975	17,2	122	910	12,6	102	675	11,5	67	155	4,6	5,4	1155	15,8	112	1155	15.8	112
4	200	5,4	16	1055	13,6	96	1030	15,6	99	635	10,3	55	955	16	122	855	13,3	108	500	9,8	56	150	6,1	5,4	1105	13	94	1105	13.0	94
5	460	10,2	29	1055	13,8	102	975	13,6	80	635	11	67	945	15,6	90	1020	14	108	400	7,1	42	315	8,8	7,9	935	11,3	94	935	11.3	94
6	565	11	35	1075	18,5	114	800	11,1	74	470	6,7	42	985	13,8	92	750	9,1	88	395	5,3	45	220	8,7	5,5	890	10,8	83	950	14.6	99
7	360	7,7	23	965	12,1	90	875	12,6	93	540	11	73	1135	16,6	122	965	15,6	119	275	8,2	54	155	8,3	6,1	965	13	106	985	17.2	105
8	295	5,6	14	910	12,6	102	905	14,5	105	520	10,3	67	940	11,5	85	850	12,3	106	365	10,2	57	200	6,2	7,3	950	13,1	100	940	15.6	87
9	250	7,1	14	855	13,3	108	750	11,2	75	435	5,6	42	960	13,1	104	1230	17,6	119	465	10	45	330	8,9	5,9	965	13,9	94	960	17.0	112
10	515	9,8	29	1020	14	108	855	12,8	80	550	8,7	49	1055	14,4	98	1175	15,6	100	520	10,4	51	210	5,7	5,8	1175	15,1	112	960	16.6	93

Приложение 8

Значение случайной величины ***Yi*** по результатам проведенного эксперимента

m	Номер варианта																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	800	850	610	1600	980	770	680	805	700	583	310	900	650	780	600	1000	990	560	480	950
2	645	845	690	1400	925	615	785	725	660	520	400	1100	750	800	720	1070	800	600	540	1400
3	600	765	770	1120	825	540	815	750	710	495	420	1240	840	570	725	1150	820	440	555	1170
4	585	520	750	1390	1060	835	755	705	775	590	415	920	1050	650	765	1200	850	465	480	1350
5	765	715	840	1350	1020	885	720	730	780	550	470	1150	1000	700	800	1400	700	570	520	1450
6	705	905	880	1150	815	815	710	690	790	500	325	1250	1030	770	870	1500	480	480	520	1250
7	650	670	800	1550	850	705	745	750	740	555	480	1120	520	840	890	920	500	475	595	1270
8	600	650	850	1130	980	570	840	650	830	505	390	1230	690	765	520	1100	630	500	510	1480
9	770	775	450	1080	1030	770	765	810	750	470	435	1300	800	790	735	950	980	575	570	900
10	710	765	600	950	775	790	915	705	650	560	460	1380	990	600	770	1090	900	475	520	1270
11	655	705	700	1170	1060	825	775	765	780	500	535	1450	770	830	820	1280	820	485	560	1460
12	520	810	785	1160	1120	740	780	775	610	470	330	1270	1020	870	780	1390	840	505	520	1250
13	825	650	810	1150	1045	710	685	650	770	420	540	1190	1050	620	790	1120	720	480	583	1100
14	780	750	820	1500	1190	720	720	670	805	595	440	1400	820	860	550	1130	970	450	545	1150
15	715	690	705	1380	1105	835	710	905	815	540	540	1210	970	670	785	1140	870	590	500	1150
16	660	730	460	970	925	725	600	715	860	480	420	1400	1150	820	740	1250	740	470	540	1150
17	615	705	550	1180	1135	740	585	520	825	480	385	1480	760	690	900	1110	650	475	530	1030
18	665	750	820	1600	1070	555	820	490	590	565	335	1200	990	770	620	1010	750	480	540	1000
19	785	725	850	1280	850	800	610	765	715	545	410	1320	1000	785	710	1320	835	465	480	950
20	720	805	790	1150	1115	670	940	845	650	510	415	950	600	720	850	1190	890	540	550	1200

[Введите текст]

Продолжение приложения 8

21	640	745	700	1000	670	850	720	850	675	515	450	1000	650	795	540	1300	960	460	545	1300
22	580	750	830	1200	900	845	845	745	650	570	455	1180	800	590	690	1170	910	470	520	1350
23	670	870	470	1190	1065	765	905	750	750	490	340	1140	700	795	715	920	840	485	525	1200
24	790	620	840	1420	900	520	520	870	775	570	430	1080	1000	640	570	1200	950	550	585	1300
25	725	735	900	1120	890	715	590	620	850	525	350	1290	900	800	795	1520	680	470	500	1050
26	620	645	780	1220	1045	905	740	735	800	525	435	960	940	650	630	1210	790	485	480	1350
27	830	770	680	1150	1105	670	755	645	745	500	440	1120	790	680	690	940	990	535	515	940
28	920	635	1050	1070	1025	650	690	770	740	530	380	1260	700	685	700	1070	800	470	530	1330
29	675	620	820	1450	840	775	860	635	760	480	475	990	870	760	740	1420	825	480	540	1050
30	795	720	650	1280	925	765	750	620	680	470	355	1200	850	805	635	1480	600	490	515	1400
31	730	770	860	1250	900	705	655	720	780	480	440	1280	950	770	650	950	940	490	510	1500
32	640	615	500	980	1020	810	755	770	690	440	450	1330	1020	700	725	1160	900	460	435	1250
33	700	540	720	1020	1175	650	830	615	710	450	380	1000	720	750	760	1260	775	545	505	1150
34	810	835	670	1460	865	750	820	540	770	535	490	1100	730	850	790	1440	570	495	410	1200
35	735	885	800	1000	850	690	640	835	925	480	520	1300	850	715	660	960	930	475	450	1250
36	840	815	920	840	790	730	700	885	820	490	370	1350	1050	810	700	1080	810	495	480	1400
37	805	705	950	1230	850	705	730	815	870	540	415	1020	970	660	750	1190	805	500	530	1150
38	695	570	620	1100	890	750	805	705	815	520	400	1240	1080	720	700	970	770	500	485	1200
39	740	770	740	1480	1030	725	620	570	830	460	425	1090	900	710	840	1050	795	465	450	1120
40	860	790	870	1030	1075	805	785	770	715	545	460	1330	890	815	800	1210	710	505	485	1350
41	875	825	650	1300	780	745	680	790	570	500	365	1050	1100	740	675	1400	920	470	495	1300
42	815	740	880	1240	950	750	560	825	640	550	410	1190	1150	730	825	1550	860	505	450	1200
43	745	710	690	1060	965	870	880	740	680	450	400	1070	880	925	660	980	945	495	480	1100

Продолжение приложения 8

44	870	720	600	850	945	620	790	710	615	530	430	1280	1100	900	840	1500	780	500	500	1200
45	850	835	750	1490	965	735	880	720	700	510	360	1370	1200	820	770	1200	725	500	455	1300
46	880	725	810	1270	950	645	825	835	630	525	500	1410	1300	840	850	1180	520	495	510	1050
47	940	740	570	900	955	770	790	725	720	410	545	1400	1360	870	780	990	550	485	480	1170
48	750	555	800	920	900	635	685	740	835	500	375	1500	1320	825	905	1100	955	490	455	1280
49	755	800	1000	940	1080	620	825	555	835	520	400	1330	920	750	710	1050	750	500	485	1000
50	880	670	820	1200	1050	720	800	800	780	520	405	1320	930	800	685	1000	965	450	465	1200

Приложение 9

Значение случайных величин по двум выборкам Y_1 и Y_2

№ опыта	Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2
1	990	940	670	940	1220	1045	1200	850	800	795	475	990	500	1050	765	750	800	795	600	490
2	980	960	850	720	1150	1105	1280	950	650	630	355	1200	480	1350	705	655	650	630	940	490
3	970	960	845	845	1070	1025	1330	1020	680	690	440	1280	515	940	810	755	680	690	900	460
4	990	950	765	905	1450	1000	1000	720	685	700	450	1330	530	1330	650	830	685	700	775	545
5	965	990	520	520	1280	925	1100	730	760	740	380	1000	540	1050	750	820	760	740	570	495
6	980	950	715	590	1250	900	1300	850	805	635	490	1100	515	1400	690	640	805	635	930	475
7	940	970	905	740	980	1020	1350	1050	770	650	520	1300	510	1500	730	700	770	650	810	495
8	990	930	670	755	1020	1175	1020	970	700	725	370	1350	435	1250	705	730	700	725	805	500
9	990	960	650	690	1460	1020	1240	1080	750	760	415	1020	505	1150	750	805	750	760	770	500
10	980	990	775	860	1000	1060	1090	900	850	790	400	1240	410	1200	725	620	850	790	795	465
11	1000	985	765	750	840	1100	1330	890	715	660	425	1090	450	1250	805	785	715	660	710	505
12	980	930	705	655	1230	1080	1050	1100	810	700	460	1330	480	1400	745	680	810	700	920	470
13	980	980	810	755	1100	1090	1190	1150	660	750	365	1050	530	1150	750	560	660	750	860	505
14	995	990	650	830	1480	1030	1070	880	720	700	410	1190	485	1200	870	880	720	700	945	495
15	996	950	750	820	1030	1075	1280	1100	710	840	400	1070	450	1120	620	790	710	840	780	500
16	960	980	690	640	1300	1080	1370	1200	815	800	430	1280	485	1350	735	880	815	800	725	500
17	990	990	730	700	1240	1050	1410	1300	740	675	360	1370	495	1300	645	825	740	675	520	495
18	980	990	705	730	1060	965	1400	1360	730	825	500	1410	450	1200	770	790	730	825	550	485
19	950	980	750	805	950	945	1500	1320	925	660	545	1400	480	1100	635	685	925	660	955	490
20	920	990	725	620	1490	965	1330	920	900	840	375	1500	500	1200	620	825	900	840	750	500

Продолжение приложения 9

№ опыта	Вариант 11		Вариант 12		Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15		Вариант 16		Вариант 17		Вариант 18		Вариант 19		Вариант 20	
	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2
1	645	845	1390	1060	725	660	775	590	200	495	1200	850	570	520	170	220	650	830	590	565
2	600	765	1350	1020	750	710	780	550	150	530	1400	700	480	520	180	220	810	750	715	545
3	585	520	1150	815	705	775	790	500	180	590	1500	480	475	595	175	250	705	650	650	510
4	765	715	1550	850	730	780	740	555	185	600	920	500	500	510	200	210	765	780	675	515
5	705	905	1130	980	690	790	830	505	360	640	1100	630	575	570	275	270	775	610	650	570
6	650	670	1080	1030	750	740	750	470	205	535	950	980	475	520	175	220	650	770	750	490
7	600	650	950	775	650	830	650	560	370	450	1090	900	485	560	185	260	670	805	775	570
8	770	775	1170	1060	810	750	780	500	300	525	1280	820	505	520	205	220	905	815	850	525
9	710	765	1160	1120	705	650	610	470	350	560	1390	840	480	583	280	283	715	860	800	525
10	655	705	1150	1045	765	780	770	420	250	590	1120	720	450	545	150	245	520	825	745	500
11	520	810	1500	1190	775	610	805	595	315	460	1130	970	590	500	290	200	490	590	740	530
12	825	650	1380	1105	650	770	815	540	310	600	1140	870	470	540	170	240	765	715	760	480
13	780	750	970	925	670	805	860	480	160	600	1250	740	475	530	175	230	845	650	680	470
14	715	690	1180	1135	905	815	825	480	120	400	1110	650	480	540	180	240	850	675	780	480
15	660	730	1600	1070	715	860	590	565	110	440	1010	750	465	480	165	180	745	650	690	440
16	615	705	1280	850	520	825	715	545	215	400	1320	835	540	550	240	250	750	750	710	450
17	665	750	1150	1115	490	590	650	510	240	375	1190	890	460	545	160	245	870	775	770	535
18	785	725	1000	670	765	715	675	515	330	525	1300	960	470	520	170	220	620	850	725	480
19	720	805	1200	900	845	650	650	570	225	360	1170	910	485	525	185	225	735	800	620	490
20	640	745	1190	1065	850	675	750	490	300	240	920	840	550	585	250	285	645	745	600	510

Приложение 10

Исходные данные

Задание 1.

Из двух тазов случайно взяты пробы хлопковой ленты одинаковой линейной плотности, полученной на чесальной машине. Оценивали массу 3 см отрезков ленты из двух выборок. Результаты испытаний представлены в таблице. Необходимо определить имеются ли различия в двух выборок:

1. используя параметрический F-критерий и t-критерий при допущении, что распределение измерений в двух выборках нормально.

2. используя непараметрический критерий Вилкоксона.

№ варианта	Номер таза	Масса 3 см отрезков ленты, г										m_i	$\overline{Y}_i$	$S^2(Y_i)$
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1	1	78	91	78	61	72	84	-	-	-	-			
	2	85	87	82	92	75	80	73	64	-	-			
2	1	89	94	97	90	97	92,5	105	92,5	-	-			
	2	96	105	102,5	100,5	95	108	102	97,5	93,5	91			
3	1	92	100	94	108	96	96	-	-	-	-			
	2	102	104	97,5	111,5	100	92,5	104,5	-	-	-			
4	1	75	70	79	77	78	72	80	-	-	-			
	2	81	78	86	90	91	76	84	88	92	-			
5	1	96	91	94,5	106	100	-	-	-	-	-			
	2	88	92	99	105	102	95	89	90	-	-			
6	1	99	106	110	112	105	90	100	110	-	-			
	2	89	92	93	95	87	111	95	107	113	-			
7	1	55	59	60	68	51	49	68	69,5	-	-			
	2	69	61	74	72	70	77	65	62	59	-			
8	1	120	135	125	131	124	136	-	-	-	-			
	2	122	123	128	127	120	121	130	132	-	-			
9	1	49	44	48	45	42	46	50	-	-	-			
	2	51	55	52	60	54	49	49	58	-	-			
10	1	69	78	66	69,5	58	70	71	67	60				
	2	77	72	70,5	72	61	60	65	68	64	75			

[Введите текст]

Продолжение приложения 10

Задание 2.

На ткацком станке вырабатывалась ткань при двух значениях заступа и измерялась ее плотность по утку. Результаты измерений представлены в таблице. Необходимо оценить однородны ли значения в выборках, то есть повлияла ли величина заступа на свойства ткани:

1) используя параметрический F-критерий и t-критерий при допущении, что распределение измерений в двух выборках нормально.

2) используя непараметрический критерий Вилкоксона.

№ варианта	Выборка	Плотность ткани по утку, нит/10 см														m_i	$\overline{Y}_i$	$S^2(Y_i)$
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			
1	1	236	234	236	233	237	240	232	235	-	-	-	-	-	-			
	2	240	242	236	238	239	241	240	237	242	236	239	-	-	-			
2	1	138	139	146	136	140	138	-	-	-	-	-	-	-	-			
	2	157	154	161	163	142	160	159	157	-	-	-	-	-	-			
3	1	185	180	181	190	183	180	190	183	185	186	183	-	-	-			
	2	198	200	201	199	205	200	196	204	203	202	197	206	-	-			
4	1	268	271	268	251	262	274	-	-	-	-	-	-	-	-			
	2	275	277	272	282	275	270	263	254	260	-	-	-	-	-			
5	1	102	106	101	110	102	104	105	100	103	-	-	-	-	-			
	2	108	107	113	109	110	108	112	110	116	112	114	-	-	-			
6	1	151	143	150	141	145	148	153	148	145	149	-	-	-	-			
	2	152	153	159	151	157	152	156	158	159	160	155	154	162	-			
7	1	260	268	262	254	259	266	-	-	-	--	-	-	-	-			
	2	285	276	280	283	277	271	269	-	-	-	-	-	-	-			
8	1	80	82	89	78	84	77	86	81	-	-	-	-	-	-			
	2	68	69	70	74	71	66	68	73	75	65	-	-	-	-			
9	1	162	165	169	167	172	170	174	-	-	-	-	-	-	-			
	2	163	164	168	166	171	169	165	175	-	-	-	-	-	-			
10	1	76	74	73	80	79	85	72	70	78	86	81	-	-	-			
	2	77	61	65	75	83	64	69	68	70	66	63	62	60	59			

[Введите текст]

Продолжение приложения 10

Задание 3.

На многосистемной вязальной машине проведены измерения натяжения нити, подводимой к случайно выбранным двум петлеобразующим системам. Результаты испытаний представлены в таблице. Необходимо проверить однородность среднего натяжения нити на петлеобразующих системах машины:

1) используя параметрический F-критерий и t-критерий при допущении, что распределение измерений в двух выборках нормально.

2) используя непараметрический критерий Вилкоксона.

№ варианта	Петлеобразущая система	Натяжение нити, Н												m_i	$\overline{Y}_i$	$S^2(Y_i)$
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12			
1	1	3,1	2,5	2,6	1,2	1,6	3,0	1,8	1,7	2,2	-	-	-			
	2	2,1	2,2	1,6	1,7	2,0	2,5	3,0	3,0	2,1	2,5	2,0	-			
2	1	1,1	1,8	2,3	1,4	2,1	1,9	-	-	-	-	-	-			
	2	1,2	2,0	2,2	1,3	2,4	1,5	1,6	2,5	1,7						
3	1	1,9	1,9	1,3	2,5	3,2	3,0	2,1	1,7	2,9	2,5	-	-			
	2	2,7	2,2	2,7	3,2	2,6	2,4	2,8	3,0	2,2	1,8	1,6	3,1			
4	1	2,1	2,9	2,3	3,1	2,5	2,7	3,4	3,5	-	-	-	-			
	2	2,2	2,8	2,4	3,0	3,2	3,3	2,6	3,6	2,0	3,7	-	-			
5	1	0,8	1,5	1,0	1,6	1,2	-	-	-	-	-	-	-			
	2	0,9	1,8	1,3	1,4	1,8	1,1	1,5	1,7	-	-	-	-			
6	1	3,2	3,5	3,4	3,0	3,9	4,1	3,6	4,2	4,5	4,0					
	2	2,9	3,7	3,3	4,8	4,5	4,3	3,7	4,4	4,7	3,8	4,6	-			
7	1	4,2	4,8	4,5	4,1	4,4	5,0	-	-	-	-	-	-			
	2	3,9	3,7	4,0	4,3	4,4	4,6	4,9	-	-	-	-	-			
8	1	2,6	2,8	2,9	3,2	3,3	3,8									
	2	2,1	2,5	2,3	3,0	3,1	2,7	3,5	3,4	-	-	-	-			
9	1	3,8	3,5	3,9	4,8	5,0	2,9	2,7	3,0	-	-	-	-			
	2	2,1	1,8	1,9	2,5	2,7	2,0	1,7	2,6	2,4	1,5	2,8	-			
10	1	4,8	4,9	5,0	5,2	5,7	4,0	4,2	5,5	5,6	5,3	-	-			
	2	3,2	3,1	2,2	2,5	2,0	1,9	2,9	3,8	3,4	3,0	2,7	2,3			

Приложение 11

Значение ***Xu Yui*** для различных вариантов

Вариант 1					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1110	1100	900	860	820
Yu2	1060	1050	910	900	760
Yu3	1110	1040	950	890	770
Yu4	1090	1010	890	870	750
Yu5	1150	1110	920	850	740

Вариант 2					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1160	1010	930	800	770
Yu2	1150	1000	910	830	750
Yu3	1100	1000	900	850	740
Yu4	1120	980	940	820	720
Yu5	1170	950	900	850	730

Вариант 3					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1100	930	850	740	640
Yu2	1030	980	810	700	690
Yu3	1080	950	870	760	640
Yu4	1030	950	820	730	610
Yu5	1040	910	880	780	670

Вариант 4					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1210	980	860	820	650
Yu2	1140	970	800	770	740
Yu3	1100	1000	820	760	660
Yu4	1040	1020	830	770	650
Yu5	1090	1050	890	810	700

Вариант 5					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1150	1010	860	820	650
Yu2	1090	1000	800	770	740
Yu3	1100	1000	820	760	660
Yu4	1210	980	830	770	650
Yu5	1070	950	890	810	700

Вариант 6					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	930	880	710	680	520
Yu2	980	810	740	620	510
Yu3	990	870	780	680	540
Yu4	930	840	790	640	580
Yu5	970	830	770	630	550

Вариант 7					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1150	1100	980	810	710
Yu2	1090	1050	810	910	760
Yu3	1100	980	950	920	750
Yu4	1210	1150	980	870	820
Yu5	1070	980	850	860	790

Вариант 8					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1200	930	870	760	450
Yu2	1210	1050	915	820	460
Yu3	1200	1040	930	830	400
Yu4	1165	1050	990	840	440
Yu5	1110	960	950	800	460

Вариант 9					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1160	930	930	800	770
Yu2	1150	1050	910	830	750
Yu3	1100	1040	900	850	740
Yu4	1120	1050	940	820	720
Yu5	1170	960	900	850	730

Вариант 10					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1100	930	980	800	650
Yu2	1060	1050	810	830	740
Yu3	1110	1040	950	850	660
Yu4	1090	1050	980	820	650
Yu5	1150	960	850	850	700

Вариант 11					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1210	1100	900	860	770
Yu2	1140	1050	910	900	750
Yu3	1100	1040	950	890	740
Yu4	1040	1010	890	870	720
Yu5	1090	1110	920	850	730

Вариант 12					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1110	1100	900	860	820
Yu2	1060	1050	910	900	760
Yu3	1110	1040	950	890	770
Yu4	1090	1010	890	870	750
Yu5	1150	1110	920	850	740

[Введите текст]

Продолжение приложения 11

Вариант 13						Вариант 14						Вариант 15						Вариант 16					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*	***Xu***	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*	***Xu***	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*	***Xu***	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1150	980	880	680	710	***Yu1***	1210	930	860	740	650	***Yu1***	1200	1010	870	820	450	***Yu1***	1120	1020	990	820	670
Yu2	1090	810	810	620	760	***Yu2***	1140	980	800	740	700	***Yu2***	1210	1000	915	770	460	***Yu2***	1050	1000	810	830	760
Yu3	1100	950	870	680	750	***Yu3***	1100	950	820	760	660	***Yu3***	1200	1000	930	760	400	***Yu3***	1110	1000	950	850	660
Yu4	1210	980	840	640	820	***Yu4***	1040	950	830	730	650	***Yu4***	1165	980	990	770	440	***Yu4***	1090	980	980	820	650
Yu5	1070	850	830	630	790	***Yu5***	1090	910	890	780	700	***Yu5***	1110	950	950	810	460	***Yu5***	1150	950	850	850	700

Вариант 17						Вариант 18						Вариант 19						Вариант 20					
Xu	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*	***Xu***	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*	***Xu***	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*	***Xu***	*50*	*100*	*150*	*200*	*250*
Yu1	1210	1100	900	860	770	***Yu1***	1100	980	850	830	640	***Yu1***	1150	930	860	760	650	***Yu1***	1100	930	710	810	520
Yu2	1140	1050	910	900	750	***Yu2***	1030	970	810	770	690	***Yu2***	1090	1050	800	820	740	***Yu2***	1050	980	740	910	510
Yu3	1100	1040	950	890	740	***Yu3***	1080	1000	870	760	640	***Yu3***	1100	1040	820	830	660	***Yu3***	980	930	780	920	540
Yu4	1040	1010	890	870	720	***Yu4***	1030	1020	820	770	610	***Yu4***	1210	1050	830	840	650	***Yu4***	1150	990	790	870	580
Yu5	1090	1110	920	850	730	***Yu5***	1040	1050	880	810	670	***Yu5***	1070	960	890	800	700	***Yu5***	980	970	860	770	550

Приложение 12

Значение ***Yi*** для различных вариантов

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5		Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
1-я повт	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.
920	900	845	855	730	740	510	490	415	440	630	620	440	460	725	735	400	420	740	760
870	890	880	860	765	753	570	590	465	435	645	655	490	510	775	740	430	450	790	810
950	930	920	900	805	780	600	640	515	485	710	695	580	620	800	790	490	502	890	910
920	945	900	915	830	825	585	615	505	495	700	670	575	605	805	790	450	490	900	890
880	900	945	935	810	820	480	520	510	505	650	720	485	495	820	805	492	508	770	810
900	890	905	935	850	825	615	635	495	525	697	700	540	580	795	820	550	570	840	880
910	880	965	940	890	910	690	670	525	500	714	740	685	695	840	815	600	580	980	1000
870	885	1005	1020	880	890	680	720	580	605	796	780	645	675	895	910	635	605	955	965

57

Вариант 11		Вариант 12		Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15		Вариант 16		Вариант 17		Вариант 18		Вариант 19		Вариант 20	
1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.	1-я повт.	2-я повт.
620	630	800	820	310	290	320	330	845	855	140	160	1040	1060	1400	1420	1510	1490	2510	2490
655	645	820	860	360	400	340	360	860	870	195	210	1090	1110	1430	1450	1570	1590	2570	2590
690	710	890	900	410	430	410	390	920	950	280	320	1190	1210	1490	1502	1600	1640	2600	2640
670	700	890	850	385	415	445	395	960	990	275	305	1200	1190	1450	1490	1585	1615	2585	2615
630	650	890	910	290	310	435	415	945	955	185	195	1070	1120	1492	1508	1480	1520	2480	2520
720	690	950	970	420	430	395	415	890	920	240	280	1140	1180	1550	1570	1615	1635	2615	2635
700	680	980	1000	470	490	470	420	990	1000	385	395	1280	1300	1600	1580	1690	1670	2690	2670
645	670	1025	1015	480	520	525	515	1020	1100	345	375	1255	1265	1635	1605	1680	1720	2680	2720

Продолжение приложения 12

Значения ***Xi***

Уровни факторов	Факторы					
	Натуральные значения			Кодированные значения		
	X_1	X_2	X_3	X_1	X_2	X_3
Нижний	500	20	12	-1	-1	-1
Верхний	1000	100	20	+1	+1	+1

X_1 – скорость наматывания, м/мин; X_2 – натяжение нити, мН; X_3 - вытяжка