МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ

для студентов специальности 1-54 01 01 «Метрология, стандартизация и сертификация» специализации 1-54 01 01-04 «Метрология, стандартизация и сертификация (легкая промышленность)»

Витебск
2019

УДК 658.513:519.22

Составители:
И. С. Карпушенко, А. Н. Махонь

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом
УО «ВГТУ», протокол № 6 от 20.06.2019.

Статистические методы контроля качества : рабочая тетрадь / сост. И. С. Карпушенко, А. Н. Махонь. – Витебск : УО «ВГТУ», 2019. – 42 с.

Рабочая тетрадь содержит задания и теоретические сведения по их выполнению. Тематика заданий охватывает основные темы курса «Статистические методы контроля качества» и включает список рекомендуемых информационных источников. Методическая разработка предназначена для студентов специальности 1-54 01 01 «Метрология, стандартизация и сертификация» специализации 1-54 01 01-04 «Метрология, стандартизация и сертификация (легкая промышленность)» высших учебных заведений.

УДК 658.513:519.22

СОДЕРЖАНИЕ

Невозможно решить проблему на том же уровне, на котором она возникла. Нужно стать выше этой проблемы, поднявшись на следующий уровень.

Альберт Эйнштейн

ВВЕДЕНИЕ

Статистические методы, основанные на теории вероятности и математической статистики, могут применяться на всех этапах жизненного цикла продукции для оценки и учета степени ее неоднородности или вариабельности ее характеристик относительно нормированных значений, а также учета стабильности и изменчивости процессов ее создания. Применение статистических методов позволяет с заданной степенью точности и достоверности судить о состоянии исследуемых явлений (объектов, процессов) в системе качества, прогнозировать и регулировать возникновение проблем в области качества и вырабатывать оптимальные управленческие решения на основе изучения фактических данных, тенденций и закономерностей.

Рабочая тетрадь по курсу «Статистические методы контроля качества» предназначена для самостоятельной и аудиторной работы обучающихся. Целью решения задач, представленных в тетради, является получение практических навыков применения методов описательной статистики, оценки показателей возможностей процессов и статистического управления ими, анализа результатов контроля качества и принятия обоснованных решений.

Особое значение уделяется аналитической самостоятельной работы обучающихся, направленной на формулирование выводов и заключений по результатам расчетов и графических построений, их обоснование. Подобные навыки развивают аналитические возможности, инженерно-технический подход к обоснованию принятых решений и ответственность за них в профессиональной деятельности, что в полной мере соответствует современной практико-ориентированной парадигме высшего образования.

Задания рабочей тетради в соответствии с учебной программой курса «Статистические методы контроля качества» охватывают следующие темы: «Элементы математической статистики», «Введение в статистический анализ экспериментальных данных», «Статистические методы анализа и регулирования технологических процессов». Выбор тем обусловлен практической направленностью формирования навыков обучающихся в решении задач курсового, дипломного проектирования, в профессиональной сфере специальности 1-54 01 01-04 «Метрология, стандартизация и сертификация (легкая промышленность)».

1 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОВОКУПНОСТИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Закон распределения случайной величины описывается плотностью распределения и (или) функцией распределения (аппроксимирующей функцией). **Функция распределения** – это наиболее полная характеристика совокупности случайных величин, устанавливающая зависимость между значением (или интервалом значений) случайной величины и вероятностью появления данного значения в заданном интервале.

Существует ряд показателей формы распределения, чьи оценки позволяют сформулировать гипотезу о предполагаемом законе распределения случайной величины. К таким показателям относятся характеристики:

– **меры центральной тенденции распределения** (среднее арифметическое, медиана, мода);

– **характеристики рассеяния случайной величины относительно центра распределения** (дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, квадратическая неровнота);

– **центральный момент третьего порядка** (коэффициент асимметрии);

– **центральный момент четвертого порядка** (эксцесс) и др.

Для принятия окончательной гипотезы о предполагаемом законе распределения случайной величины прибегают к анализу формы гистограммы, построенной по данным совокупности случайной величины. Критерии, с помощью которых проверяется гипотеза, называются **критериями согласия** (Пирсона, Колмогорова, Романовского и др.). Если выдвинутая гипотеза о законе распределения случайной величины не подтверждается, то необходимо использовать другие функции до нахождения распределения, адекватного исследуемой случайной величине.

➘ *Для совокупности случайных величин определить следующие характеристики*:

– среднее арифметическое значение:

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{n}^{i=1} x_i$	$\bar{X} =$

– медиану*:

$X_{\text{мед}} \begin{cases} x_{k+1}, n = 2k+1 \\ \frac{x_k + x_{k+1}}{2}, n = 2k \end{cases}$	$X_{\text{мед}} =$

* при определении медианы требуется преобразование исходной выборки в вариационный ряд (*вариационным рядом* называется статистическая совокупность, значения которой выписаны в порядке возрастания, причем одинаковые значения выписываются столько раз, сколько их имеется в первоначальной совокупности)

вариационный ряд исходной совокупности

min x									
									max x

– **моду**:

значение во множестве наблюдений, которое встречается наиболее часто	$X_{\text{мод}} =$

– **дисперсию**:

$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	$S_x^2 =$

– **среднее квадратическое отклонение** (СКО):

$S_x = \sqrt{S_x^2}$	$S_x =$

– **коэффициент вариации**:

$C_x^v = \frac{S_x}{\bar{x}}$	$C_x^v =$

– **квадратическую неровноту**:

$C_x^{v\,\%} = \frac{S_x}{\bar{x}} \cdot 100\%$	$C_x^{v\,\%} =$

– **коэффициент асимметрии**:

$A = \frac{\{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3\}/n}{S_x^3}$	$A =$

Характеристика симметричности распределения ________________

____

____

– эксцесс:

$$E = \frac{\{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4\}/n}{S_x^4}$$

$E =$

Характеристика протяженности распределения ________________

____

____

➘ *В исходной совокупности случайной величины исключить резко выделяющиеся данные*, используя статистический метод, сущность которого заключается в следующем:

– находят в совокупности максимальное и минимальное значение случайной величины и определяют расчетные значения критерия Смирнова-Граббса:

$$V_{R\,max} = \frac{x_{i\,max} - \bar{x}}{S_x} \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

$V_{R\,max} =$

$$V_{R\,min} = \frac{\bar{x} - x_{i\,min}}{S_x} \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

$V_{R\,min} =$

– сравнивают полученные значения с табличным V_T (приложение А), если $V_{R\,max}$ или $V_{R\,min}$ больше V_T, то соответствующее значение x_i необходимо исключить из совокупности, а затем повторить расчет оценок статистических характеристик. Процедуру повторяют до полного исключения резко выделяющихся значений из совокупности

$V_T =$ ________

Заключение о необходимости исключения резко выделяющихся значений случайной величины из совокупности ________________

____

____

➘ *Сформировать частотную таблицу*, разделив совокупность случайных величин на интервалы. Количество интервалов k определяют исходя из количества элементов совокупности n, например, для n = 50 k = 7.

Определить величину интервала и границы интервалов для исходной совокупности случайных величин:

$$\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{k}$$

$\Delta x =$

$x_{min} - (x_{min} + \Delta x)$	– границы 1-го интервала
$(x_{min} + \Delta x) - (x_{min} + 2\Delta x)$	– границы 2-го интервала
$(x_{min} + 2\Delta x) - (x_{min} + 3\Delta x)$	– границы 3-го интервала

и т. д.

Количество случайных величин в каждом интервале m_i называется **частотой**. После сортировки значений определить частоту m_i и среднее арифметическое значение $\overline{x_i}$ в каждом интервале.

В тех случаях, когда совокупность случайных величин имеет большой объем (n = 30), для упрощения расчетов применяют «способ отсчета от условного нуля». Значение $\overline{x_i}$ в том интервале, где m_i принимает максимальное значение, называется условным нулем выборки $\overline{x_i}^0$. Значения x_i^* находятся по формуле (и округляются до ближайшего целого):

$$x_i^* = \frac{\overline{x_i} - \overline{x_i}^0}{\Delta x}$$

$x_1^* =$	$x_5^* =$
$x_2^* =$	$x_6^* =$
$x_3^* =$	$x_7^* =$
$x_4^* =$	

➘ По способу отсчета от условного нуля определить для совокупности случайных величин:

– среднее значение:

$$\bar{x}^{ус} = \overline{x_i}^0 + \frac{\Delta x}{n}\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^*$$

$\bar{x} =$

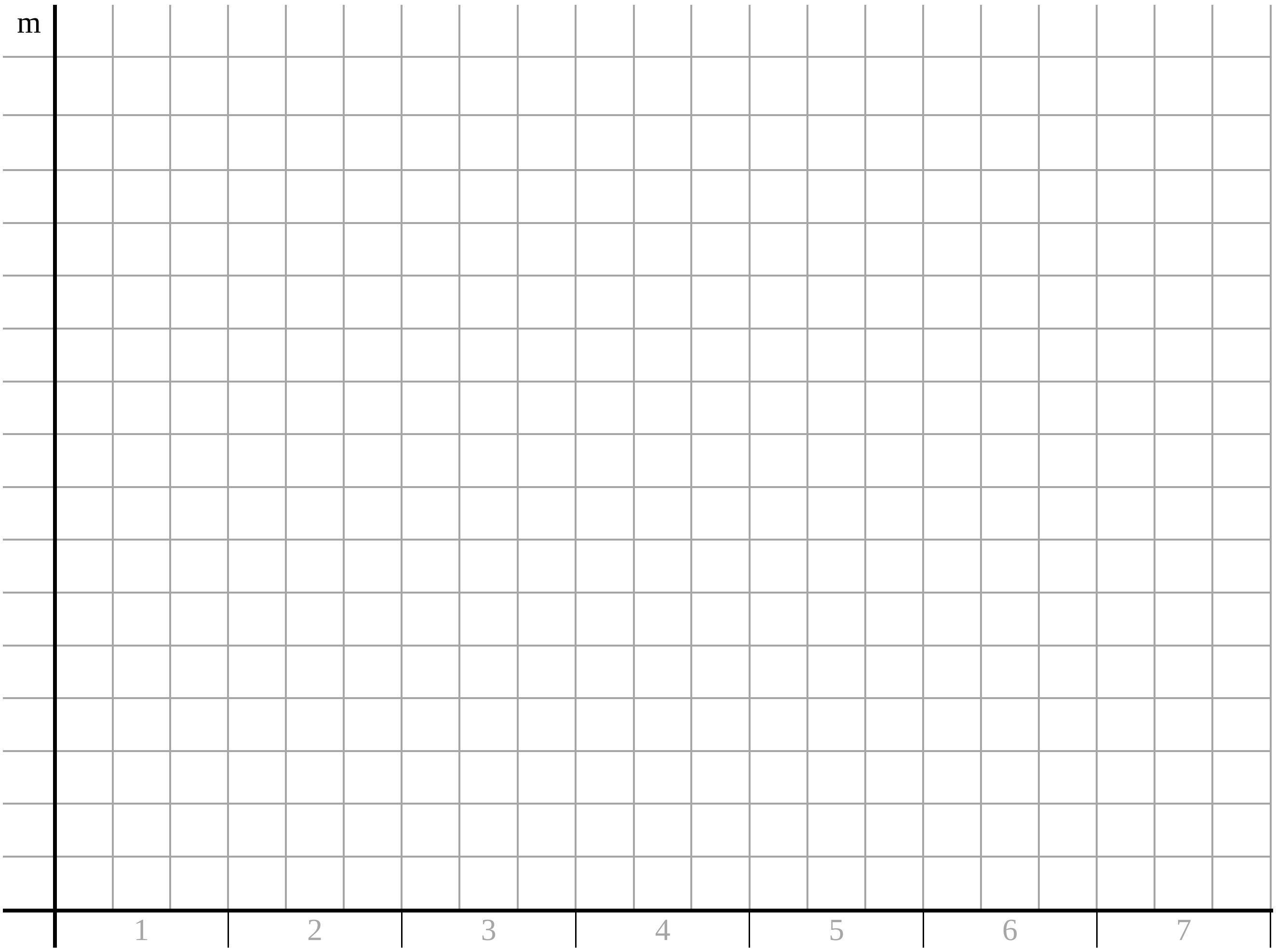
– среднее квадратическое отклонение:

$$S_x^{ус} = \frac{\Delta x}{\sqrt{n}}\sqrt{\sum_{i=1}^{k} m_i {x_i^*}^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{k} m_i x_i^*\right)^2}$$

$S_x =$

нтервал	1	2	3	4	5	6	7
границы интервала							
значения x_i							
частота m_i							
среднее $\overline{x_i}$							

	границы интервала	m_i	$\overline{x_i}$	x_i^*	$m_i x_i^*$	${x_i^*}^2$	$m_i {x_i^*}^2$	m_i^T	$\frac{(m_i - m_i^T)^2}{m_i}$
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
Σ	—		—	—		—		—	



Гистограмма распределения случайной величины

Как правило, случайные величины, являющиеся предметом анализа при исследовании оценок показателей качества, отвечают **нормальному закону** распределения:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\frac{(\overline{x_i} - \bar{x}^{ус})^2}{2\left(S_x^{ус}\right)^2}\right]$$

➘ *Вычислить теоретические частоты m_i^T в каждом интервале и построить теоретическую функцию распределения*:

$$m_i^T = \frac{n \cdot \Delta x}{S_x^{ус}} \cdot \varphi(x)$$

$m_1^T =$ ______________ $m_5^T =$ ______________

$m_2^T =$ ______________ $m_6^T =$ ______________

$m_3^T =$ ______________ $m_7^T =$ ______________

$m_4^T =$ ______________

➘ *Определить расчетное значение* ***критерия Пирсона****.* По таблице приложения Б определить табличное значение критерия Пирсона $\lambda_{\text{т}}^2$ при условии, что доверительная вероятность P_D = 0,95 и число степеней свободы $f = k - 2$.

$$\lambda_{\text{р}}^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(m_i - m_i^T)^2}{m_i}$$

$\lambda_{\text{р}}^2 =$

$\lambda_{\text{т}}^2 =$ ______

Если $\lambda_{\text{р}}^2 \le \lambda_{\text{т}}^2$, то анализируемую величину можно считать распределенной по нормальному закону. Если $\lambda_{\text{р}}^2 \ge \lambda_{\text{т}}^2$, необходимо использовать другие функции до нахождения распределения, адекватного исследуемой случайной величине.

➘ *Для проведения экспресс-анализа эмпирического распределения случайной величины рассчитать* ***критерий Романовского*** A_R.

$$A_R = \frac{\left|\lambda_{\text{р}}^2 - k\right|}{\sqrt{2k}}$$

$A_R =$

Если $A_R \ge 3$, то гипотеза о законе распределения отвергается.

Заключение о подтверждении (опровержении) гипотезы о законе распределения совокупности случайных величин ________________________________

____

____

____

____

____

2 КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ДИСКРЕТНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

В процессе контроля качества формируются массивы данных, представляющие собой дискретные случайные величины. **Корреляционный анализ** позволяет ответить на вопрос: существует ли линейная функциональная зависимость между этими случайными величинами.

В результате дискретных измерений фактора x и выходного параметра y получают две последовательности сопряженных случайных чисел: $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Для оценки степени взаимосвязи двух случайных величин x и y рассчитывают числовую характеристику r_{yx}, называемую **коэффициентом парной корреляции**.

➘ *Для совокупности сопряженных дискретных случайных величин построить диаграмму разброса (корреляционное поле):*

Диаграмма разброса (корреляционное поле) случайных величин

Предположительное заключение о наличии/отсутствии и тесноте корреляционной связи между случайными величинами, используя приложение В ______________________________

____

____

____

____

➘ *Рассчитать* ***коэффициент парной корреляции*** *для совокупности сопряженных случайных величин x и y.* Предварительно произвести расчет средних значений и абсолютных характеристик рассеяния (дисперсия и СКО)

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{n}^{i=1} x_i$$

$\bar{x} =$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{n}^{i=1} y_i$$

$\bar{y} =$

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$S_x^2 =$

$$S_x = \sqrt{S_x^2}$$

$S_x =$

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$S_y^2 =$

$$S_y = \sqrt{S_y^2}$$

$S_y =$

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{(n-1)S_x S_y}$$

$r_{xy} =$

Дать оценку найденному значению r_{xy}, учитывая, что в практике исследований корреляционная связь между случайными величинами считается:

- слабой, при $0,3 < | r_{yx} | \leq 0,4$;
- средней, при $0,4 < | r_{yx} | \leq 0,7$;
- сильной, при $0,7 < | r_{yx} | \leq 0,9$
- очень сильной, при $0,9 < | r_{yx} |$.

➘ *Определить значимости коэффициента корреляции с помощью* ***критерия Стьюдента***. Расчетное значение критерия сравнивают с табличным t_T, (приложение Г) при условии, что $P_D = 0,95$ и $f = m - 2$.

$$t_R(r_{xy}) = \frac{r_{xy}\sqrt{n-1}}{\sqrt{1 - r_{xy}^2}}$$

$t_R(r_{xy}) =$

$t_T =$___________

Если $t_R\ (r_{yx}) > t_T$, то гипотеза о наличии корреляционной взаимосвязи между x и y не отвергается.

3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОДНОФАКТОРНОЙ РЕГРЕССИОННОЙ МОДЕЛИ МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Одной из задач обработки экспериментальных данных является определение количественной зависимости показателей качества объекта исследований от значений входных факторов. Другими словами, необходимо найти вид и параметры зависимости выходного параметра от значений входных факторов. В случае если Y является случайной величиной, а X_1, X_2, . . ., X_K – величины неслучайные, для разработки искомой математической модели вида $Y = F(X_1, X_2, \ldots, X_k)$ применяется **регрессионный анализ**.

Применение регрессионного анализа правомерно при выполнении следующих условий:

– значения выходного параметра y в каждом опыте матрицы планирования эксперимента представляют собой независимые, нормально распределенные случайные величины;

– дисперсии выходного параметра в различных опытах матрицы однородны;

– значения уровней факторов не являются линейной комбинацией от уровней остальных факторов;

– точность определения значений выходного параметра значительно ниже точности определения величины уровня фактора.

Метод наименьших квадратов (МНК) является одним из базовых методов регрессионного анализа для определения регрессионных моделей по выборочным данным.

Для получения однофакторной регрессионной модели проводят активный эксперимент в широком диапазоне изменения фактора X. Обычно применяют число уровней фактора, т. е. число опытов в матрице планирования $n \geq 5$. Для повышения точности определения выходного параметра Y каждый опыт матрицы повторяется несколько раз ($m \geq 2$).

➘ *Заполнить таблицу (матрица планирования эксперимента) и рассчитать статистические характеристики для каждого опыта*

n	X_n	$Y_{n\,i}$					$\sum_{i=1}^{m} Y_{n\,i}$	$\overline{Y_n}$	$S_n^2(Y)$
		$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$			
1									
2									
3									
4									
5									
								$\sum=$	

$$\overline{Y_n} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} Y_{n\,i}$$

$$S_n^2(Y) = \frac{\sum_{i=1}^{m}(Y_{n\,i} - \overline{Y_n})^2}{m-1}$$

где m – число повторений опытов

➘ *Проверить гипотезу об однородности дисперсий в опытах матрицы планирования.* Если число повторных опытов m одинаково для всех опытов матрицы, то для проверки однородности дисперсий применяется **критерий Кочрена** (G_R):

$$G_R = \frac{S_n^2 max(Y)}{\sum S_n^2(Y)}$$

$G_R =$

Расчетное значение G_R сравнивают с табличным значением G_T (приложения Е), в зависимости от числа опытов в матрице n и числа степеней свободы дисперсии $f\{S_n^2\} = m - 1$ для заданной доверительной вероятности.

Если $G_R < G_T$, то гипотеза об однородности дисперсий принимается, если нет – следует применить методику исключения резко выделяющихся величин или найти причину возникновения большой дисперсии, а затем повторить (полностью или частично) экспериментальную часть работы.

Заключение о подтверждении (опровержении) гипотезы об однородности дисперсий в опытах матрицы ____________________

____

____

____

➘ *Вычислить* ***дисперсию воспроизводимости*** *выходного параметра в опытах матрицы.* Если в опытах матрицы дисперсии однородны и число повторных опытов одинаково, то средняя дисперсия определяется по формуле:

$$S_{\text{восп}}^2(Y) = \frac{\sum_{i=1}^{m} S_n^2(Y)}{n}$$

$S_{\text{восп}}^2(Y) =$

➘ *Вычислить коэффициенты регрессионной модели:*

$$\boldsymbol{Y_R} = d_0 + d_1(\boldsymbol{X} - \bar{X})$$

$$d_0 = \frac{\sum \overline{Y_n}}{n} = \overline{\overline{Y_n}}$$

$d_0 =$

$$d_1 = \frac{\sum(X_n - \bar{X}) \cdot \overline{Y_n}}{\sum(X_n - \bar{X})^2}$$	$d_1 =$

Расчеты необходимых сумм представить в табличной форме

n	X_n	$X_n - \bar{X}$	$(X_n - \bar{X})^2$	$\overline{Y_n}$	$(X_n - \bar{X}) \cdot \overline{Y_n}$
1					
2					
3					
4					
5					
$\sum$					

$\overline{X_n} =$ ________

➘ *Проверить гипотезу об адекватности регрессионной модели:*

– определить **дисперсию неадекватности**

$$S^2_{\text{н/ад}}(Y) = \frac{m\sum(\overline{Y_n} - Y_n^{\text{м}})^2}{n-2}$$	$S^2_{\text{н/ад}}(Y) =$

где $Y_n^{\text{м}}$ – возвращаемые моделью расчетные значения выходного параметра (Y), которые определяют для каждого опыта путем подстановки в полученное уравнение соответствующих значений входных параметров (X).

Расчеты необходимых сумм представить в табличной форме

n	X_n	d_1X_n	$Y_n^{\text{м}}$	$\overline{Y_n}$	$\overline{Y_n} - Y_n^{\text{м}}$	$(\overline{Y_n} - Y_n^{\text{м}})^2$
1						
2						
3						
4						
5						
$\sum$						

– определить **расчетное** значение **критерия Фишера**:

$$F_R = \frac{S^2_{\text{н/ад}}(Y)}{S^2_{\text{восп}}(Y)}$$ при $S^2_{\text{н/ад}}(Y) > S^2_{\text{восп}}(Y)$

$$F_R = \frac{S^2_{\text{восп}}(Y)}{S^2_{\text{н/ад}}(Y)}$$ при $S^2_{\text{н/ад}}(Y) < S^2_{\text{восп}}(Y)$

$$F_R = \_\_\_\_\_\_\_\_ \qquad F_T = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

Расчетное F_R значение критерия сравнивают с табличным F_T (приложение Д) при условии, что $P_D = 0{,}95$, $f\{S^2_{восп}(Y)\} = n\,(m - 1)$, $f\{S^2_{н/ад}(Y)\} = n - 2$. Если $F_R < F_T$, то с вероятностью P_D гипотеза об адекватности полученной модели принимается.

$$\boldsymbol{Y_R} = \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_\_ (\boldsymbol{X} - \_\_\_)$$

$$\boldsymbol{Y_R} = \_\_\_\_\_ \quad \_\_\_\_\_\_ \boldsymbol{X}$$

Заключение об адекватности регрессионной модели ____

____

____

____

____

____

– оценить значимости коэффициентов регрессионной модели с помощью критерия Стьюдента, расчетное значение которого (для каждого коэффициента) определяется по формуле:

$$T_R(d_i) = \frac{|d_i|}{\sqrt{S^2(d_i)}}$$ $T_R(d_i) =$

$$S^2(d_0) = \frac{S^2(Y)}{m \cdot n}$$ $S^2(d_0) =$

$$S^2(d_1) = \frac{S^2(Y)}{m \cdot \sum (X_n - \bar{X})^2}$$ $S^2(d_1) =$

$$S^2(Y) = \frac{(m-1)\cdot n\cdot S^2_{\text{восп}}(Y) + (n-2)\cdot S^2_{\text{н/ад}}(Y)}{m\cdot(n-2)}$$ $S^2(d_1) =$

Расчетное значение t_R сравнивается с табличным t_T (приложение Д) при условии, что $P_D = 0{,}95$ и число степеней свободы $f\{S^2\} = n\cdot m - 2$. Если $t_R\{d_i\} > t_T$ для обоих коэффициентов значимы, то линейная связь между X и Y значима.

Заключение о значимости коэффициентов и линейной связи регрессионной модели ______________________________

____

____

____

____

4 АНАЛИЗ СТАБИЛЬНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ. РАСЧЕТ ИНДЕКСОВ ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ И ПРИГОДНОСТИ ПРОЦЕССОВ

Применение показателей возможностей технологических процессов возможно в условиях статистически стабильного состояния процесса в случае, когда индивидуальные значения показателей процесса имеют распределение, близкое к нормальному, и направлены на характеристику фактических и потенциальных возможностей процесса удовлетворять установленным техническим нормам.

Анализ и подтверждение стабильности процесса сводится к признанию того, что источниками его изменчивости являются только случайные причины.

➘ *Определить собственную изменчивость процесса на основании экспериментальных результатов измерений.*

Данные представлены на основании результатов контроля общей выборки объемом 100 единиц, сформированной из 20 мгновенных выборок объемом по 5 единиц (массив данных выдается преподавателем).

Результаты расчетов средних значений и размахов по каждой выборке привести в таблице и рассчитать следующие статистические оценки процесса:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_n^{i=1} \bar{x}_i}{n}$$ $\bar{\bar{x}} =$

$$\bar{R} = \frac{\sum_n^{i=1} R_i}{n}$$ $\bar{R} =$

$$\bar{s} = \frac{\sum_{i=1}^{n} s_i}{n}$$ $\bar{s} =$

где n – количество выборок *(n =20)*; $\overline{x_i}$– среднее значение i-той выборки; R_i – размах i-той выборки; s_i – среднее квадратическое отклонение i-той выборки и рассчитывается по формуле *(m=5)*:

$$s_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}(x_j - \bar{x})^2}{m-1}}$$

№ выборки	x_j					$\overline{x_i}$	R_i	s_i
	1	2	3	4	5			
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
Границы допуска:								

➘ *Оценить присущую процессу* ***изменчивость****:*

− *собственная изменчивость процесса* (σ_π или σ_s) – это часть общей изменчивости процесса, вызываемая только случайными причинами вариаций (изменчивости) процесса. Эта изменчивость оценивается с помощью отношений:

$$\sigma_\pi = \frac{\bar{R}}{d_2}$$	$\sigma_\pi =$
$$\sigma_s = \frac{\bar{s}}{C_4}$$	$\sigma_s =$

где $\bar{R}$ – среднее значение размахов выборок; $\bar{s}$ – среднее значение отклонений отдельных выборок; d_2, C_4 – стандартные коэффициенты, зависящие от объема выборки m (см. таблицу)

n	d_2	C_4	*n*	d_2	C_4
2	1,128	0,7979	7	2,704	0,9594
3	1,693	0,8862	8	2,847	0,9650
4	2,059	0,9213	9	2,970	0,9693
5	2,326	0,9400	10	3,078	0,9727
6	2,534	0,9515	11	3,173	0,9754

– полная изменчивость процесса (σ_x) – это изменчивость, вызываемая как случайными, так и неслучайными. Эта изменчивость оценивается с помощью среднего квадратического отклонения, использующего все индивидуальные значения:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{l}(x_i - \bar{x}_{\text{общ}})^2}{l-1}}$$ $\sigma_x =$

где x_i – результат измерений показателя качества отдельных единиц продукции; $\bar{x}_{\text{общ}}$ – среднее арифметическое всех результатов измерений; l – общий объем выборки *(l=100)*.

➘ *Оценить присущую процессу* ***воспроизводимость****:*

– индекс воспроизводимости процесса *без учета его центровки*:

$$C_p = \frac{USL - LCL}{k \cdot \sigma_{\pi(s)}}$$ $C_p =$

где *USL* – верхняя граница поля допуска; *LSL* – нижняя граница поля допуска; $\sigma_{\pi(s)}$ – собственная изменчивость процесса.

При доверительной вероятности P_D = 0,997 коэффициент k принимают равным 6 (при P_D = 0,950, k = 4; при P_D = 0,900, k = 3).

– индекс воспроизводимости с учетом центровки процесса:

$$C_{pk} = \min\{CPU; CPL\}$$

где *CPU* *– верхний индекс воспроизводимости*:

$$CPU = \frac{USL - \bar{x}_{\text{общ}}}{(k/2) \cdot \sigma_{\pi(s)}}$$ $CPU =$

CPL – нижний индекс воспроизводимости:

$$CPL = \frac{\bar{x}_{\text{общ}} - LSL}{(k/2) \cdot \sigma_{\pi(s)}}$$ $CPL =$

– отношение воспроизводимости:

$$CR = \frac{1}{C_p}$$ $CR =$

➘ *Оценить присущую процессу* ***пригодность****:*

– индекс пригодности процесса *без учета его центровки*:

$$P_p = \frac{USL - LCL}{k \cdot \sigma_x}$$ $P_p =$

где *USL* – верхняя граница поля допуска; *LSL* – нижняя граница поля допуска; σ_x – полная изменчивость процесса;

– индекс пригодности с учетом центровки процесса:

$$P_{pk} = \min\{PPU; PPL\}$$

где *PPU – верхний индекс пригодности*:

$$PPU = \frac{USL - \bar{x}_{\text{общ}}}{(k/2) \cdot \sigma_x}$$ $PPU =$

PPL – нижний индекс пригодности:

$$PPL = \frac{\bar{x}_{\text{общ}} - LSL}{(k/2) \cdot \sigma_x}$$ $PPL =$

– отношение пригодности:

$$PR = \frac{1}{P_p}$$ $PR =$

Заключение об управляемости процесса, обоснование заключения ____

____

____

____

____

5 АНАЛИЗ СОСТОЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ КОНТРОЛЬНЫХ КАРТ

Управление процессом может заключаться в контроле и применении инструментов, обеспечивающих ограничение разброса параметров, характеризующих состояние процесса.

К применяемым инструментам можно отнести статистическую **контрольную карту** – техническое средство статистического управления, позволяющее за счет введения расчетных границ разброса параметров наглядно отразить ход производственного процесса на диаграмме и таким образом выявить изменения, способные повлиять на качество продукции.

Контрольные карты могут быть применимы для управления как количественными, так и качественными (альтернативными) параметрами процесса.

Типы контрольных карт	
для количественных данных	*для качественных (альтернативных) данных*
– карты среднего ($x_{ср}$) – карта индивидуальных значений (x_i) – карта медиан (Me) – карты размахов (R) – карты скользящих размахов (MR) – карты стандартных отклонений (s)	– карта долей несоответствующих единиц продукции (p) – карта числа несоответствующих единиц (np) – карта числа несоответствий (c) – карта числа несоответствий, приходящихся на единицу продукции (u)

По мере роста чувствительности к управляемости процесса контрольные карты можно разделить на три группы:

1) простые контрольные карты (в специальной литературе их называют картами Шухарта по имени американского ученого, впервые применившего их для управления процессом);

2) контрольные карты с предупреждающими границами, являющиеся модификацией простых контрольных карт;

3) контрольные карты кумулятивных сумм.

➘ *Провести анализ состояния процесса с помощью контрольных карт индивидуальных значений и скользящих размахов.*

Границы регулирования контрольной карты ***индивидуальных значений***:

Центральная линия: $CL_x = \bar{\bar{x}}$

$UCL_x = \bar{\bar{x}} + E_2\bar{R}$	$UCL_x =$

$LCL_x = \bar{\bar{x}} - E_2\bar{R}$	$LCL_x =$

где UCL_x – верхняя граница регулирования; $LCLx$ – нижняя граница регулирования; E_2 – коэффициент, зависящий от объема выборки (приложение Е).

Границы регулирования контрольной карты ***скользящих размахов***:

Центральная линия: $CL_{MR} = \bar{R}$

$UCL_{MR} = D_4\overline{MR}$	$UCL_{MR} =$

$LCL_{MR} = D_3\overline{MR}$	$LCL_{MR} =$

где UCL_x – верхняя граница регулирования; $LCLx$ – нижняя граница регулирования; D_3, D_4 – коэффициенты, зависящие от объема выборки (приложение Е).

Оценка и обоснование состояния процесса на основе анализа x-MR карт ______________________________

____

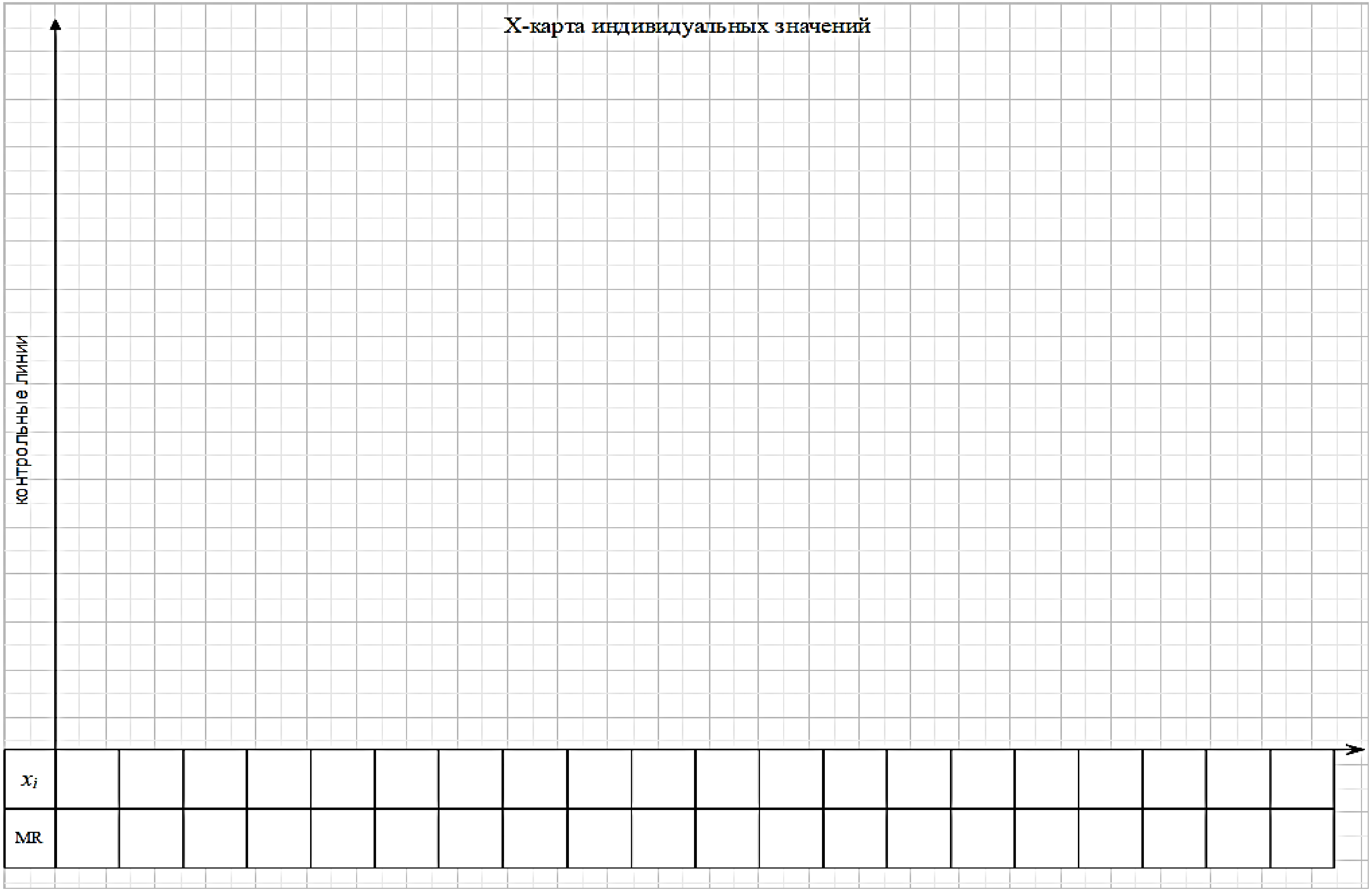
____

____

____

____

____


X-карта индивидуальных значений
контрольные линии
x_i
MR

MR-карта скользящих размахов

контрольные линии

x_i																				
MR																				

➘ *Провести анализ состояния процесса с помощью контрольных карт доли несоответствующих единиц продукции.*

Границы регулирования контрольной карты ***доли несоответствующих единиц продукции***:

Центральная линия: $CL_p = \bar{p}$

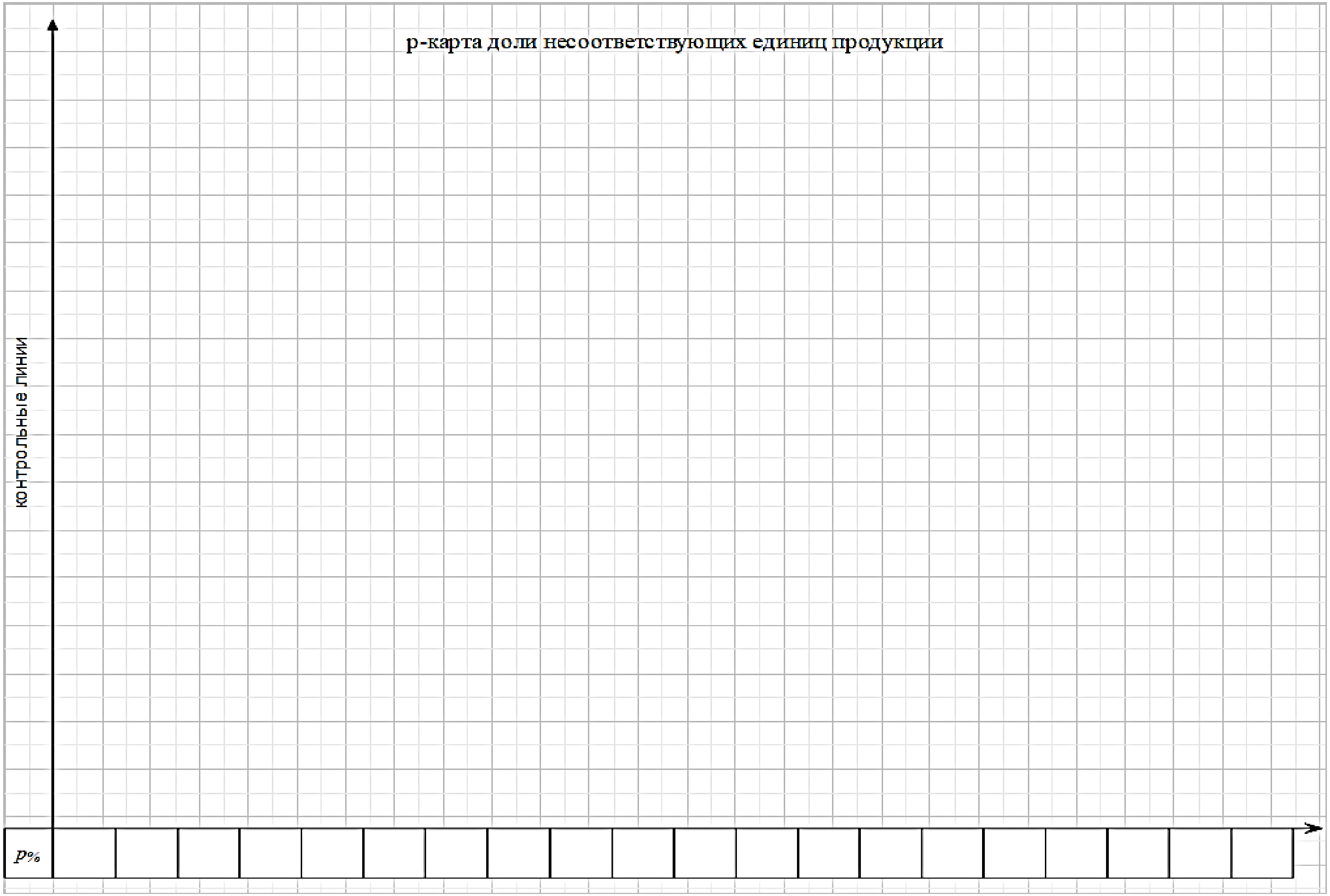
$UCL_p = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$	$UCL_p =$

$LCL_p = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$	$LCL_p =$

где UCL_p – верхняя граница регулирования; LCL_p – нижняя граница регулирования.

Данные для построения ***р-карты***

№ выборки	Объем выборки, *n*	Число несоответствующих единиц, *p*	Доля несоответствующих единиц, $p_{\%}$


р-карта доли несоответствующих единиц продукции
контрольные линии
p%

6 АНАЛИЗ ПАРЕТО РЕЗУЛЬТАТОВ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА

В сфере контроля качества для классификации проблем качества (например, выявленных в процессе контроля качества несоответствий) на немногочисленные, но существенно важные и многочисленные, но несущественные, применяют ***анализ Парето***. В большинстве случаев подавляющее число несоответствий и связанных с ними потерь возникают из-за относительно небольшого числа причин. Результаты анализа традиционно представляются в виде диаграммы. Диаграмма Парето позволяет распределить усилия, направленные на решение проблем качества и установить основные факторы, с которых необходимо начинать корректирующие действия.

Различают два вида диаграмм Парето:

– *по результатам деятельности* – предназначена для выявления главной проблемы и отражает нежелательные результаты деятельности, связанные с качеством, с себестоимостью, сроками поставок, безопасностью;

– *по причинам* – отражает причины проблем, возникающих в ходе производства, и используется для выявления главной из них: исполнитель работы, оборудование, сырье, измерения.

➘ *Провести предварительные расчеты для построения диаграммы Парето по данным контроля качества продукции.*

Обязательным при заполнении таблицы является расположение несоответствий в порядке убывания их количества, при наличии объединенной группы «прочие» – ее располагают в последней строке таблице независимо от суммарного количества несоответствий.

Существует практика классификации несоответствий на группы А, В, С, формирующиеся по следующим условиям:

– *группа А* – наиболее важные, существенные факторы (несоответствия) – зона первоочередных мер. Кумулятивная сумма группы А составляет 80 %;

– *группа В* – факторы (несоответствия), которые в кумулятивной сумме имеют не более 15 %;

– *группа С* – наименее значимые факторы (несоответствия), чья кумулятивная сумма составляет 5 % и менее.

Вид несоответствия	Кол-во несоот-ветствий	Накопленное кол-во несо-ответствий	Доля несоответ-ствий, %	Накопленная доля несоот-ветствий, %	АВС-группы
1	2	3	4	5	6

1	2	3	4	5	6
Сумма			*100%*		

➘ *Построить диаграмму Парето по данным контроля качества.*

Особенностью диаграммы Парето является наличие двух вертикальных осей:

– левая вертикальная ось – для количественных оценок по несоответствиям, обнаруженным в процессе контроля;

– правая вертикальная ось – для относительных оценок, удельных долей несоответствий, обнаруженных в процессе контроля (кумулятивных сумм).

По горизонтальной оси диаграммы Парето отмечаются виды несоответствий.

Непосредственно диаграмма Парето представляет собой сочетание в единой системе координат столбиковой диаграммы, построенной по данным о количестве обнаруженных несоответствий, и графика кумулятивной суммы.

Целесообразно на диаграмме Парето обозначить границы ABC-групп.

Оценка результатов анализа Парето ____

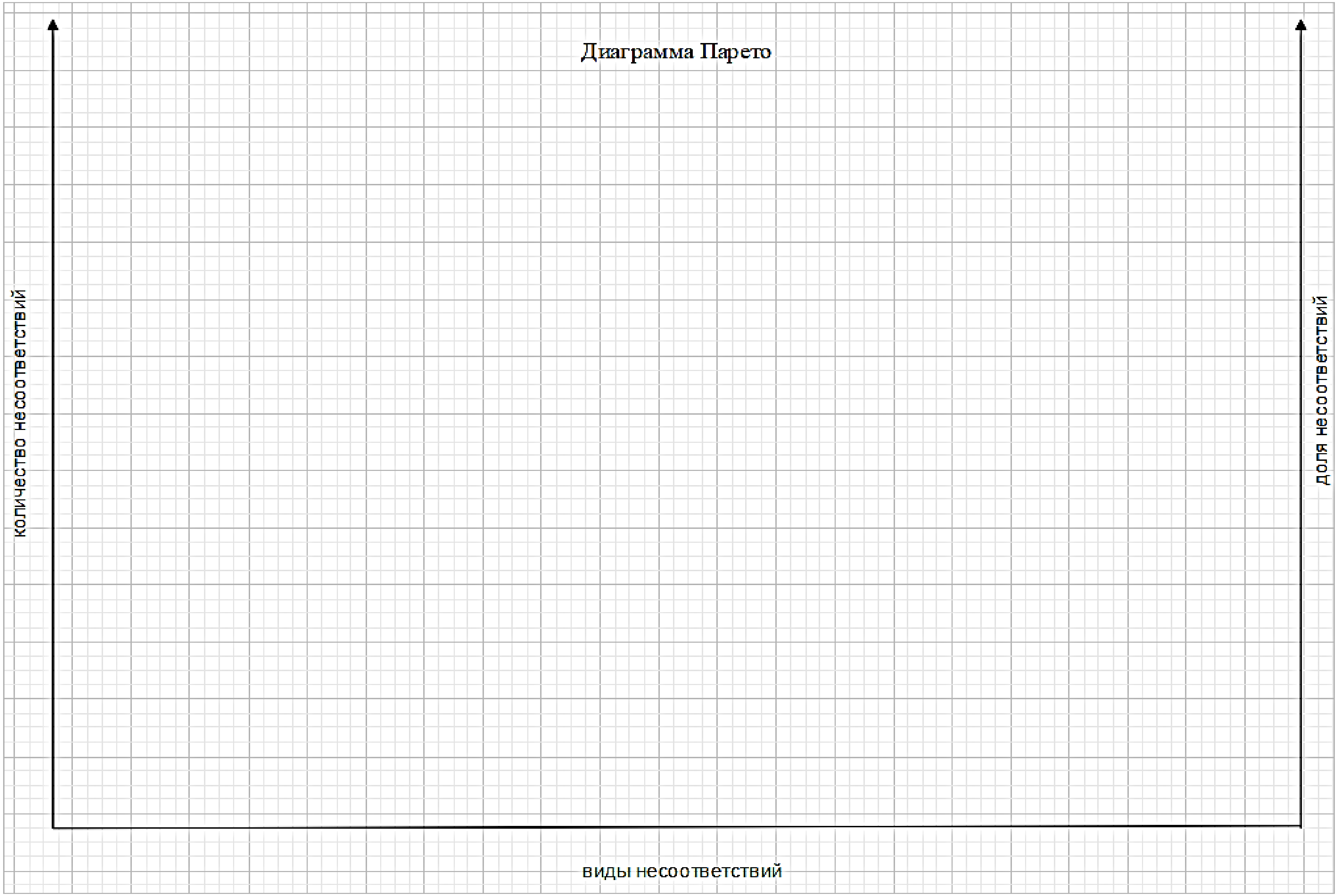


Диаграмма Парето
количество несоответствий
доля несоответствий
виды несоответствий

7 ПРИЧИННО-СЛЕДСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА

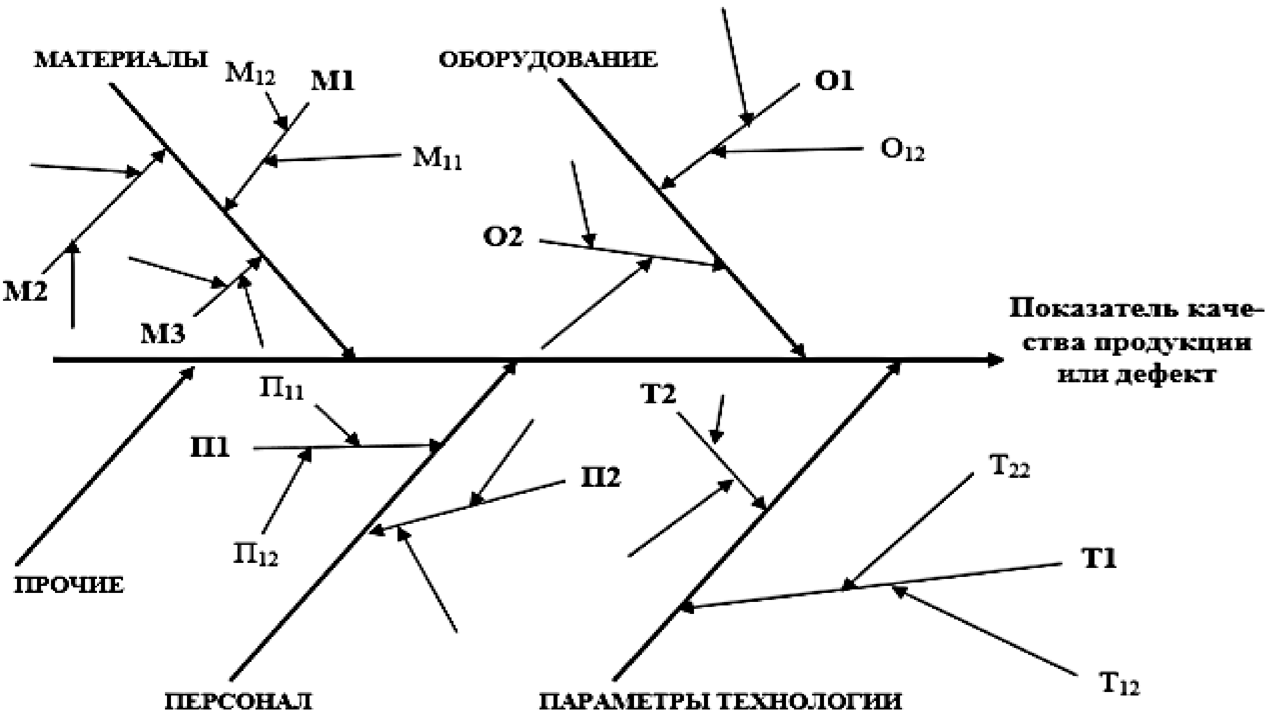
Причинно-следственный анализ – это способ систематического наблюдения за проблемами качества (например, несоответствиями критического объема) и причинами, вызывающими их или вносящими вклад в их возникновение.

Причинно-следственный анализ эффективно сочетать с анализом Парето для установления возможных направлений выработки корректирующих действий, направленных на снижение количества несоответствий, обнаруженных в процессе контроля качества.

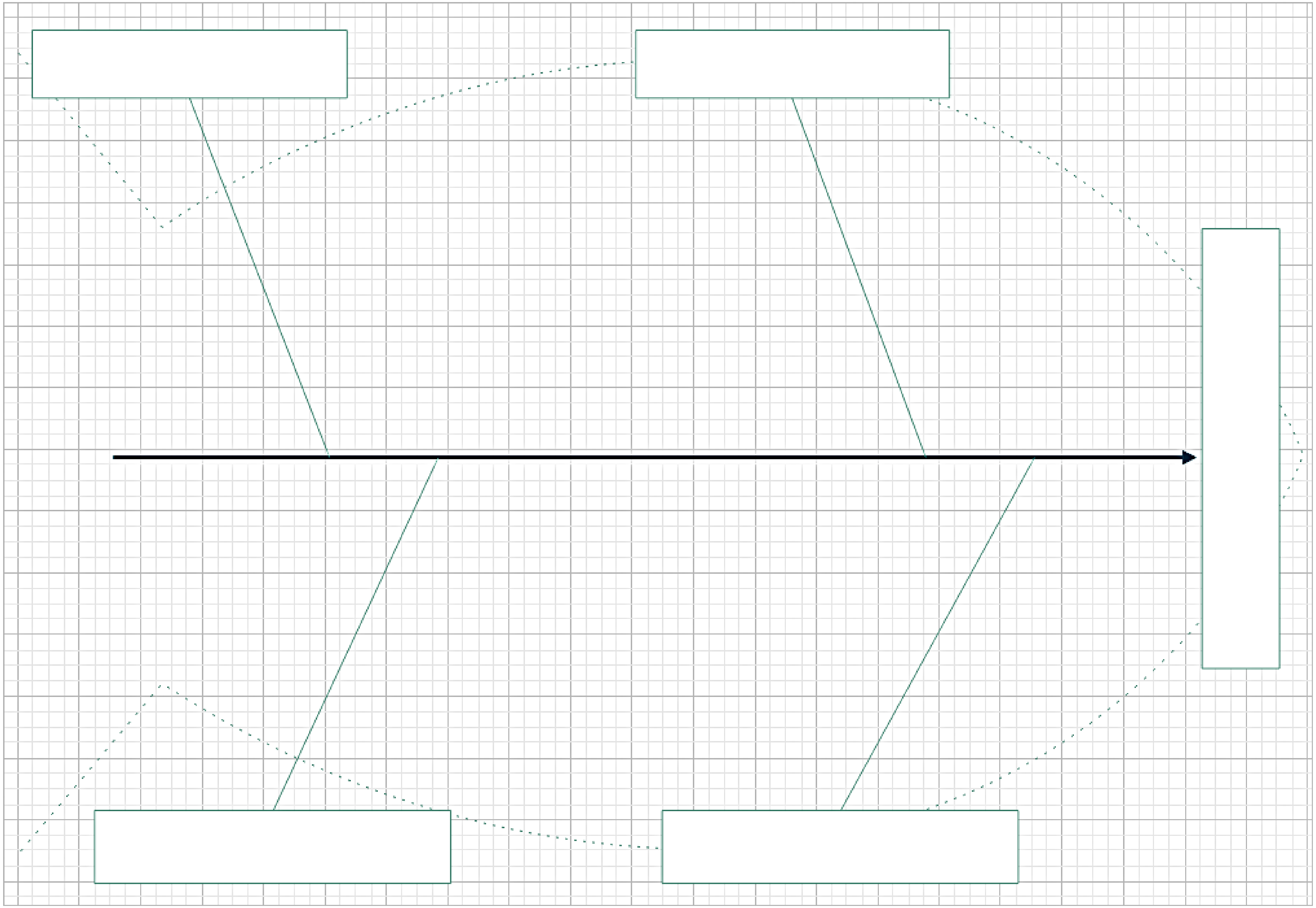
Графически результаты причинно-следственного анализа представляются в виде диаграммы Исикава. При построении диаграмм в качестве главных факторов, определяющих качество продукции, учитываются базовые, так называемые 4М (первичные причины):

– material (материалы, сырье);
– machine (оборудование);
– man (персонал);
– method (параметры технологии).

Эти причины являются, в свою очередь, следствием вторичных, вторичные – третичных и т. д. В качестве первичных также могут выступать факторы, связанные с системой контроля качества, организацией производства, уровнем стандартизации и т. п. Целесообразно ранжировать первичные причины по их значимости с привлечением экспертного мнения, что позволяет сосредоточить внимание на наиболее значимых.



➘ *Построить причинно-следственную диаграмму по данным контроля качества продукции.*



➘ *Представить результаты причинно-следственного анализа проблемы качества в табличной форме*

Объект анализа			
Область причин			
1 уровень	*2 уровень*	*3 уровень*	*примечания*

Оценка результатов причинно-следственного анализа

РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика. Справочник для инженеров и научных работников / А. И. Кобзарь. – Москва : Физматлит, 2006. – 816 с.

2. Бослаф, С. Статистика для всех / С. Бослаф; пер. с англ. П. А. Волкова [и др.]. – Москва : ДМК Пресс, 2015. – 586 с.

3. Карлберг, К. Регрессионный анализ в Microsoft Excel / К. Карлберг. – Москва : Диалектика, 2017. – 400 с.

4. Уилер, Д. Статистическое управление процессами: оптимизация бизнеса с использованием контрольных карт Шухарта / Д. Уилер, Д. Чамберс; пер. с англ. – 2-е изд. – Москва : Альпина Паблишер, 2017. – 409 с.

5. Адлер, Ю. В. Практическое руководство по статистическому управлению процессами / Ю. В. Адлер, В. В. Шпер. – Москва : Альпина Паблишер, 2019. – 234 с.

6. Учебно-методический комплекс по дисциплине «Статистические методы контроля качества» по направлению специальности 1-54 01 01 «Стандартизация, метрология и сертификация» / УО «БНТУ»; сост. В. Л. Соломахо. – Минск, 2017. – Репозиторий БНТУ : режим доступа : https://rep.bntu.by/ handle/ data/ 31830.

7. Рожков, Н. Н. Статистические методы контроля и управления качеством продукции : учебное пособие / Н. Н. Рожков. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2018. – 154 с.

8. СТБ ISO 22514–2–2015. Статистические методы в менеджменте процессов. Возможность и пригодность. Часть 1. Общие принципы и понятия. – Введ. 01.03.16. – Минск : Госстандарт, 2016. – 20 с.

9. СТБ ISO 22514–3–2015. Статистические методы в менеджменте процессов. Возможность и пригодность. Часть 2. Возможность процесса и пригодность моделей процессов, зависящих от времени. – Введ. 01.03.16. – Минск : Госстандарт, 2016. – 21 с.

10. СТБ ISO 11462–2–2015. Статистическая интерпретация данных. Критерии отклонения от нормального распределения. – Введ. 01.07.12. – Минск : Госстандарт, 2012. – 27 с.

11. СТБ 1505–2015. Системы менеджмента. Менеджмент процессов. Методы статистического управления процессами. – Взамен СТБ 1505–2004; Введ. 01.06.16. – Минск : Госстандарт, 2016. – 178 с.

Приложение А

Критические значения критерия Смирнова-Граббса

Количество элементов совокупности, *n*	Уровень доверительной вероятности, P_D		
	0,99	*0,95*	*0,90*
10	2,540	2,294	2,146
20	2,959	2,623	2,447
30	3,103	2,745	2,563
40	3,240	3,036	2,682
41	3,251	3,046	2,692
42	3,261	3,057	2,700
43	3,271	3,067	2,710
44	3,282	3,075	2,719
45	3,292	3,085	2,727
46	3,302	3,094	2,736
47	3,310	3,103	2,744
48	3,319	3,111	2,753
49	3,329	3,120	2,760
50	3,336	3,128	2,768

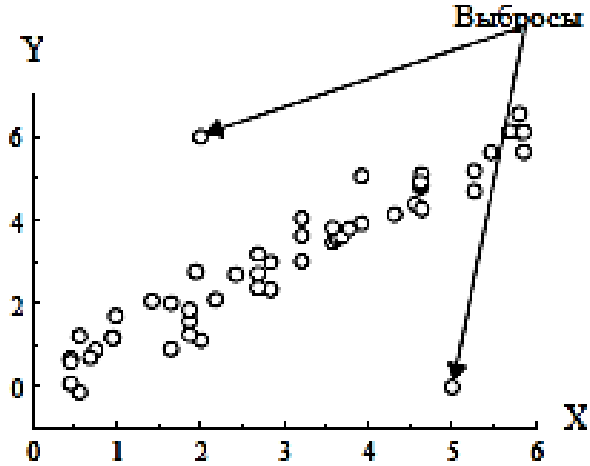
Приложение Б

Критические значения критерия Пирсона

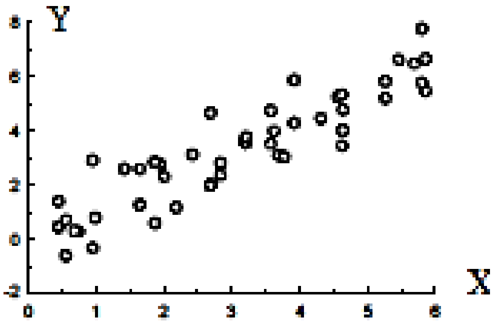
Число степеней свободы, *f*	**Уровень доверительной вероятности, P_D**			
	0,9	**0,95**	**0,99**	**0,999**
1	2,705	3,841	6,635	10,328
2	4,605	5,991	9,210	13,816
3	6,251	7,815	11,345	16,266
4	7,779	9,488	13,277	18,467
5	9,236	11,070	15,086	20,515
6	10,645	12,591	16,812	22,458
7	12,017	14,067	18,475	24,322
8	13,361	15,507	20,090	26,125
9	14,664	16,919	21,666	27,877
10	15,987	13,307	23,209	29,538
11	17,275	19,675	24,725	31,264
12	18,549	21,026	26,217	32,909
13	19,812	22,362	27,688	34,528
14	21,064	23,685	29,141	36,123
15	22,307	24,996	30,578	37,637
16	23,542	26,296	31,999	39,252
17	24,769	27,587	33,409	40,790
18	25,989	28,869	34,805	42,312
19	27,204	30,143	36,191	43,320
20	28,412	31,410	37,566	45,313
21	29,615	32,670	38,932	46,797
22	30,813	33,924	40,289	48,268
23	32,007	35,172	41,638	49,728
24	33,196	36,415	42,980	51,179
25	34,382	37,652	44,314	52,620

Приложение В

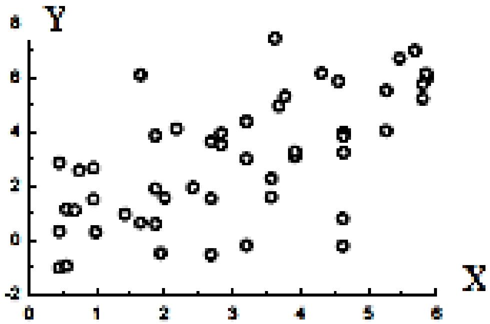
Типовые варианты диаграммы рассеяния



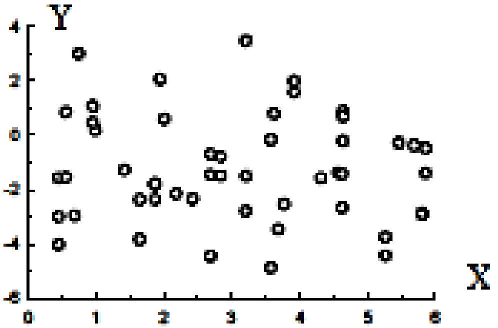
а) Наличие выбросов



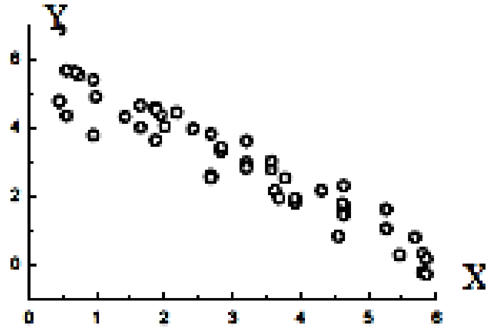
б) Сильная положительная корреляция



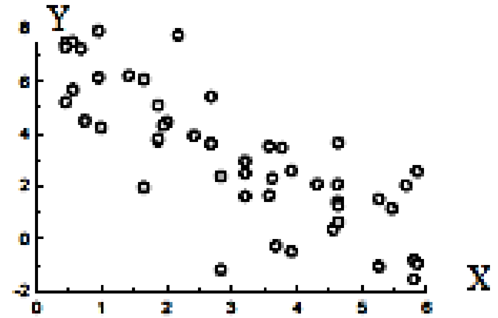
в) Слабая положительная корреляция



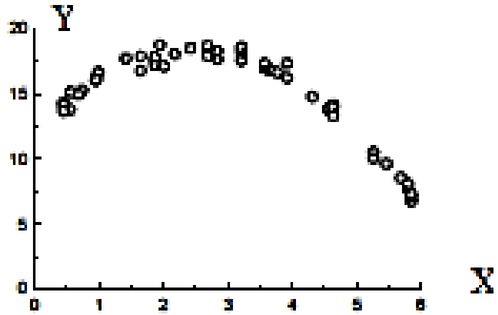
г) Отсутствие корреляции



д) Сильная отрицательная корреляция



е) Слабая отрицательная корреляция



ж) Криволинейная зависимость

Приложение Г

Значения критерия Стьюдента

Число степеней свободы, f	Уровень доверительной вероятности, P_D			
	0,8	0,9	0,95	0,99
1	3,078	6,314	12,706	63,657
2	1,866	2,920	4,303	9,925
3	1,638	2,353	3,182	5,841
4	1,533	2,132	2,776	4,604
5	1,476	2,015	2,571	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,707
7	1,415	1,895	2,365	3,499
8	1,397	1,860	2,306	3,355
9	1,383	1,833	2,262	3,25 0
10	1,372	1,812	2,228	3,169
11	1,363	1,796	2,201	3,106
12	1,356	1,782	2,179	3,055
13	1,350	1,771	2,160	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,845
21	1,323	1,721	2,080	2,831
22	1,321	1,717	2,074	2,819
23	1,319	1,714	2,069	2,807
24	1,318	1,711	2,064	2,797
25	1,316	1,708	2,060	2,787
26	1,315	1,706	2,056	2,779
27	1,314	1,703	2,052	2,771
28	1,313	1,701	2,048	2,763
29	1,311	1,699	2,045	2,756
30	1,310	1,697	2,042	2,750
40	1,303	1,684	2,021	2,704
60	1,296	1,671	2,000	2,660
120	1,289	1,658	1,980	2,617
∞	1,282	1,645	1,960	2,576

Приложение Д

Значения критерия Фишера F_T

(f_1 – степень свободы для меньшей дисперсии, f_2 – для большей дисперсии)

f_1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
f_2	1	161,4	195,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	236,9	240,5	241,9	243,9	245,9	148,0
	2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,33	19,40	19,41	19,43	19,45
	3	10,13	9,55	9,28	9,12	8,01	8,94	8,89	8,35	8,91	8,79	8,74	8,70	8,66
	4	7,71	6,84	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,86	5,80
	5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56
	6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87
	7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,63	3,64	3,57	3,51	3,44
	8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,56	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15
	9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94
	10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77
	11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,65	2,79	2,72	2,65
	12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54
	13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46
	14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39
	15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33

f_1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20
f_2	16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28
	17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23
	18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19
	19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16
	20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12

Приложение Е

Коэффициенты для контрольных карт

n	A_2	D_3	D_4	E_2
2	1,880	0	3,267	2,660
3	1,023	0	2,575	1,772
4	0,729	0	2,282	1,457
5	0,577	0	2,114	1,290
6	0,483	0	2,004	1,184
7	0,419	0,076	1,924	1,109
8	0,373	0,136	1,864	1,054
9	0,337	0,184	1,816	1,010
10	0,308	0,223	1,777	0,975
11	0,285	0,256	1,744	0,946
12	0,266	0,284	1,716	0,921
13	0,249	0,308	1,692	0,899
14	0,235	0,329	1,671	0,881
15	0,223	0,348	1,652	0,864
16	0,212	0,364	1,636	0,849
17	0,203	0,379	1,621	0,836
18	0,194	0,392	1,608	0,824
19	0,187	0,404	1,596	0,813
20	0,180	0,414	1,586	0,803
21	0,173	0,425	1,575	0,794
22	0,167	0,434	1,566	0,785
23	0,162	0,443	1,557	0,778
24	0,157	0,452	1,548	0,770
25	0,153	0,459	1,541	0,763

Учебное издание

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА

Рабочая тетрадь

Составители:

Карпушенко Инна Степановна
Махонь Александра Николаевна

Редактор *Т. А. Осипова*
Корректор *Т. А. Осипова*
Компьютерная верстка *И. С. Карпушенко*

Подписано к печати 24.06.2019. Формат 60x90 $^{1}/_{8}$. Усл. печ. листов 5,3.
Уч.-изд. листов 3,2. Тираж 47 экз. Заказ № 213.

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет»
210038, г. Витебск, Московский пр., 72.
Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Витебский государственный технологический университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/172 от 12 февраля 2014 г.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 3/1497 от 30 мая 2017 г.