УДК 531/534 : 517.9

Студ. Скуратович Ю.С.,
доц. Мачихо Т.А.
УО «ВГТУ»

ИНТЕГРАЛЬНОЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Истоки интегрального исчисления относятся к античному периоду развития математики и берут начало от метода исчерпывания, разработанного математиками Древней Греции. Основные понятия и теория интегрального и дифференциального исчислений, прежде всего связь операций дифференцирования и интегрирования, а также их применения к решению прикладных задач были разработаны в конце XVII века, но основывались на идеях, сформулированных в начале XVII века великим математиком и астрономом Иоганом Кеплером. О вкладе в данный вопрос Исаака Ньютона историк науки Б. Л. Ван-дер-Варден пишет в своей книге “Пробуждающаяся наука”: “Каждый естествоиспытатель, безусловно, согласится, что механика Ньютона есть основа современной физики. Каждый астроном знает, что современная астрономия начинается с Кеплера и Ньютона. И каждый математик знает, что самым значительным и наиболее важным для физики отделом современной математики является анализ, в основе которого лежат дифференциальное и интегральное исчисления Ньютона. Следовательно, труды Ньютона являются основой огромной части точных наук нашего времени”. Дифференциальное и интегральное исчисления Ньютон назвал методом флюксий. Применение данного метода позволило решать самые разнообразные, математические и физические, задачи. Одновременно с Ньютоном и независимо от него к аналогичным идеям пришёл другой учёный – Готфрид Вильгельм Лейбниц.

УДК 531.8

Студ. Соколова А.С.,
проф. Локтионов А.В.
УО «ВГТУ»

РАСЧЕТ УРАВНЕНИЯ И ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕТИЧЕСКОГО МОМЕНТА ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ДИСКА

Рассмотрим диск, вращающийся вокруг оси в горизонтальной плоскости. Требуется найти, по какому закону будет двигаться вдоль радиуса диска тело массы m, помещенное в начальный момент на расстоянии x_0 от начала координат, и какой момент $M_{вр}$ должен быть приложен к диску, чтобы он при этом вращался равномерно со скоростью ω.

Исследованиями установлено, что определение закона относительного движения тела в радиальном направлении и искомого вращающего момента значительно проще с использованием в расчете сил инерции, чем применение для решения поставленной задачи уравнений Лагранжа.

Рассмотрим движение системы тел при условии, что момент инерции системы является величиной переменной, а угловая скорость вращения диска ω изменяется во времени.

Получена формула, которая определяет взаимосвязь геометрии масс с проявлением сил инерции. Изменение осевого момента инерции вызвано перемещением точки в радиальном направлении.

Установлено, что изменение осевого момента инерции, наряду с угловой скоростью, также является причиной появления моментов сил инерции системы, а моменты инерции сил системы применительно к отдельным телам системы действуют как моменты внешних сил.

УДК 620.10

Студ. Старовойтова В.В.,
доц. Федосеев Г.Н.
УО «ВГТУ»

УЧЕТ СДВИГОВ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ УПРУГОЙ КРИВОЙ ПРИ ПРЯМОМ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ

Сдвиги в плоскости прямого поперечного изгиба стержня, возникающие под действием касательных напряжений τ_{yz}, изменяют его прогибы, полученные интегрированием дифференциального уравнения упругой кривой, связывающего ее кривизну с изгибающим моментом в поперечном сечении стержня.

Используя выражение угла сдвига γ_{yz} [1], связывающее его с поперечным v и продольным w смещениями точки поперечного сечения, найдем удельную потенциальную энергию сдвига $u = 0,5\tau_{yz}\gamma_{yz}$ (находя касательные напряжения τ_{yz} по формуле Журавского). После дифференцирования по координате z введем в уравнение интенсивность равномерно распределенной нагрузки $q = dQ_y / dz$, производную $\partial\varepsilon_z / \partial y$ (ε_z – продольное удлинение) и вторую производную $\partial^2 v(z, y) / \partial z^2$. Выразив по закону Гука продольное удлинение ε_z через нормальные напряжения $\sigma_z = -M_x y / I_x$, прибегнем к осреднению по площади сечения F, что позволит перейти (после обращения к обобщенной теореме о среднем [2]) к рассмотрению среднего перемещения – прогиба $v(z)$.

Интегрирование уравнения в задаче об изгибе защемленного стержня произвольного сечения (силой, приложенной к концу стержня) доставило формулу для наибольшего прогиба. Доля приращения за счет сдвигов в наибольшем прогибе пропорциональна дроби $1/\left(1+m^{-1}\right)$, где величина m обратно пропорциональна квадрату длины стержня. Влияние сдвигов тем больше, чем короче стержень.

Список использованных источников

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Федосьев. – Москва. : Физматгиз, 1963.
2. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Т.1 / В. И. Смирнов – Москва : Наука, 1974