О ПОСТРОЕНИИ $\mathfrak{X}$-КЛАССОВ ФИШЕРА КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Воробьёв С.Н. (магистрант)
Научный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент Залеская Е.Н.
УО“Витебский государственный университет имени П.М. Машерова”

В работе рассматриваются только конечные разрешимые группы. Класс групп называют наследственным или S–замкнутым, если он замкнут относительно взятия подгрупп. Как уже отмечалось во введении, свойством частичной наследственности обладают классы Фишера. Напомним, что класс групп $\mathfrak{F}$ называют классом Фишера[1], если $\mathfrak{F}$ является N_0-замкнутым из условия $K \subseteq H \subseteq G \in \mathfrak{F}$, $K \lhd G$ и $H/K \in \mathfrak{F}$.

Легко видеть, что любой класс Фишера является классом Фиттинга и что любой S–замкнутый класс Фиттинга является классом Фишера.

Расширим понятие класса Фишера следующим образом:

Определение. Пусть $\mathfrak{X}$ – непустой класс групп. Тогда класс групп $\mathfrak{F}$ назовём $\mathfrak{X}$-классом Фишера, если выполняются следующие условия:

$F = N_0F \neq \varnothing$;

если $K \subseteq H \subseteq G \in \mathfrak{F}$, $K \lhd G$ и $H/K \in \mathfrak{F}$, то $H \in \mathfrak{F}$.

Понятно, что в случае, когда $\mathfrak{X}=\mathfrak{N}$, класс $\mathfrak{F}$ является классом Фишера. Если единичная группа содержится в $\mathfrak{X}$, то $\mathfrak{X}$-класс Фишера является классом Фиттинга. Тот факт, что не всякий $\mathfrak{X}$-класс Фишера является классом Фишера подтверждает следующий

Пример. Пусть класс групп $\mathfrak{Z}^3 = (G \in \mathfrak{E}{:}Soc(G) \leq Z(G))$. Тогда по теореме IX.2.8[2] $\mathfrak{Z}^3$ класс Фиттинга. Определим класс разрешимых групп $L_2(\mathfrak{Z}^3) = \mathfrak{F}$ следующим образом:

$G \in \mathfrak{F}$ тогда и только тогда, когда индекс в G её $\mathfrak{Z}^3$-инъектора является $3'$-числом. Как было установлено Локеттом(см., например, IX.1.15[2]) класс $\mathfrak{F}$ является классом Фиттинга и $\mathfrak{F}\mathfrak{S}_{2'} = \mathfrak{F}$. Заметим также, что $\mathfrak{F}$ ввиду примера IX.3.15[2] не является нормально вложенным классом Фиттинга. Следовательно по теореме IX.3.4(a)[2] $\mathfrak{F}$ не является классом Фишера. Пусть теперь класс Фиттинга $\mathfrak{X}=\mathfrak{S}_{2'}$ – класс всех разрешимых $2'$-групп. Покажем, что $\mathfrak{F}$ является $\mathfrak{X}$-классом Фишера. Пусть $G \in \mathfrak{F}$ и $K \subseteq H \subseteq G$, где K такая нормальная подгруппа G, что $H/K \in \mathfrak{X}$. Так как $G \in \mathfrak{F}$, $K \in \mathfrak{F}$ и поэтому $K \subseteq H_{\mathfrak{F}}$. Следовательно, ввиду изоморфизма $H/H_{\mathfrak{F}} \cong H/K/H_{\mathfrak{F}}/K$ и Q-замкнутости класса $\mathfrak{X}$ заключаем, что $H/H_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{X}$. Отсюда следует, что $H \in \mathfrak{F}\mathfrak{X} = \mathfrak{F}$ и $\mathfrak{F}$ является $\mathfrak{X}$-классом Фишера.

Список использованных источников

1. Hartley, B. On Fisher’s dualization of formation theory / B. Hartley // Proc. London Math. Soc. – 1969. – Vol.3, №2. – P.193-207.
2. Doerk, K. Finite soluble groups / K. Doerk, T. Hawkes. – Berlin – New York: Walter de Gruyter, 1992. – 891 p.

ОЦЕНКА ПРИМЕНЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА И ДЕЛЬТА-ФУНКЦИИ ПРИ ПЕРЕРАБОТКЕ ТЕКСТИЛЬНЫХ ОТХОДОВ

Жерносек С.В. (5 курс, механико-технологический факультет)
Научный руководитель: доктор технических наук, профессор Локтионов А.В.
УО “Витебский государственный технологический университет”

При переработке текстильных отходов рассматриваем движущееся волокно массы m как материальную точку. Поскольку движение волокна определяется изменением координат X и Y во времени, положим, что в начальный момент времени волокно находится в точке с координатами X = 0, Y = 0. Входным параметром является координата Y, отражающая процесс растаскивания, а перемещение волокна по зубу задается, как выходной параметр, координатой X. Процесс расщипывания осуществляется в зависимости от движения волокна по зубу. Передаточные функции W1 и W2 в форме изображений Лапласа представляют дифференциальные уравнения, которые связывают текущие координаты X и Y материальной точки — элемента волокна [1, с. 38].

$$\begin{cases} W1 = \dfrac{L^2 + 2\omega L - \omega^2 \cos\eta + \dfrac{\mu\omega^2 R}{\mu\cos\eta + \sin\eta}}{\omega^2\cos^2\eta}, \\ W2 = \dfrac{\omega^2\sin^2\eta}{L^2 + 2\omega L - \omega^2\cos\eta\sin\eta - \dfrac{\omega^2 R}{\mu\cos\eta + \sin\eta}}. \end{cases} \quad (1)$$

Координаты X и Y определяются из уравнений [1, с. 38]

$$X = \frac{W2}{1 - W1 \cdot W2}; Y = \frac{W1}{1 - W1 \cdot W2}. \quad (2)$$

Процесс расщипывания характеризуется высокой интенсивностью. Силы, в процессе расщипывания действуют очень короткий промежуток времени, их корректно рассматривать как силы, действующие мгновенно, но имеющие конечный импульс. При аналитическом описании данные силы представлены в виде импульсной функции, рассматриваемой в короткий промежуток времени. Выделим массу m непрерывно движущегося волокна, сосредоточенную в точке М пространства Rn. Начало координат совместим с положением точки М в начальный момент времени. Тогда силы, действующие на волокно, будут приложены в точке М. Их поведение в окрестности точки М представлено кусочно-непрерывной функцией σ_1, действующей в промежуток времени t от 0 до h, а в остальных случаях равной нулю.

Кусочно-непрерывную функцию $\sigma_1(t,h)$ можно записать в виде:

$$\sigma_1(t,h) = \frac{1}{h}\left[\sigma_0(t) - \sigma_0(t-h)\right] = \begin{cases} 0, t < 0 \\ I, 0 \le t \le h \\ 0, h < t \end{cases} \quad (3)$$

где I — импульс функции $\sigma_1(t,h)$.

При $h \to 0$ функция δ(t) определяется как предел функции $\sigma_1(t,h)$:

$$\delta(t) = \lim_{h\to 0}\sigma_1(t,h). \quad (4)$$

Функция δ(t) отражает характер действия мгновенных сил приложенных к точке М в короткий промежуток времени взаимодействия волокна и поверхности зуба. Данная функция является обобщенной и ее нельзя рассматривать как функцию, заданную общим определением математического анализа. После подстановки уравнений (1) и (2) с учетом (4) в математический пакет MAPLE получены координаты X и Y при $t \to 0$

$$x(t) = 0,092\sinh(-54.172t)e^{-4,49t},$$

$$y(t) = 0,08\cdot\delta(2,t) + 0,718\cdot\delta(1,t) -$$

$$-6379,171\sinh(-54,172t)e^{-4,49t} + 190,785\cdot\delta(t). \quad (5)$$

Уравнения (5), характеризующие процесс расщипывания, позволяют достаточно просто получить уравнение траектории s(t), выражения для скорости $v(t)$ и ускорения $a(t)$ при движении материальной точки М (волокна). В промежуток времени t от 0 до 0,003 с волокно скользит по поверхности зуба в направлении схода. Силы трения при этом стремятся удержать волокно. Максимальное значение сила трения $\bar{F}_{тр}$ имеет в момент времени t = 0,003 с.

Установлено, что расчет кинематических параметров исполнительных механизмов при переработке текстильных отходов с использованием преобразований Лапласа и дельта–функции позволяет избежать сложных математических операций по нахождению постоянных интегрирования, разработать математические модели рассматриваемого технологического процесса и оценить степень влияния различных параметров оборудования (угла поворота, геометрии исполнительных механизмов) и коэффициентов трения текстильных отходов на движение волокна.

Спиисок использованной литературы

1. А. В. Локтионов. Исследование кинематических параметров исполнительных механизмов при переработке текстильных отходов с использованием преобразований Лапласа / Локтионов А. В., Мачихо Т. А., Жерносек С. В. // Материалы докладов XLI научно–технической конференции преподавателей и студентов университета. — Витебск: Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет», 2008. — С. 37–39.